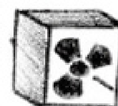
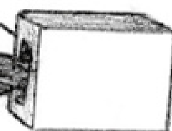
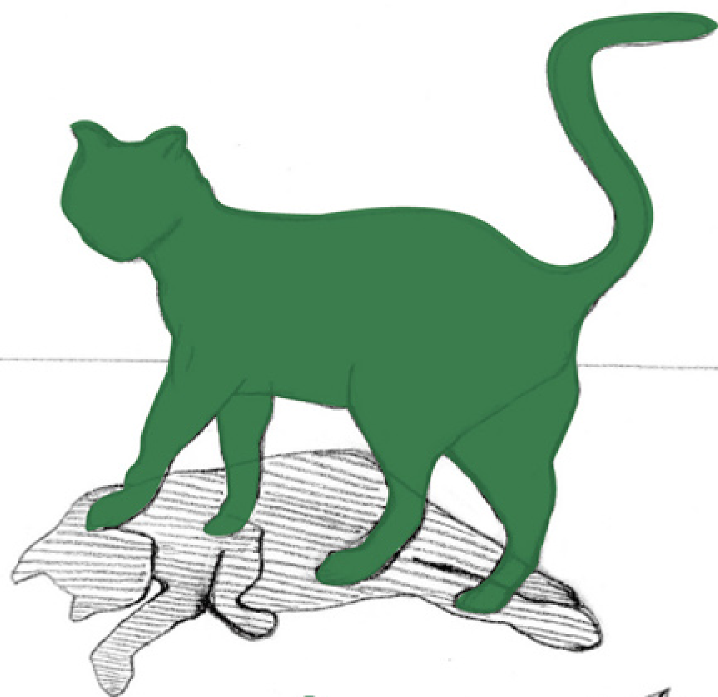
概率的烦恼

量子贝叶斯拯救薛定谔的猫

[美] 汉斯·克里斯蒂安·冯·贝耶尔_著
郭武中　阮坤明_译









QBism
the Future of Quantum Physics

中信出版集团

版权信息

书名:概率的烦恼：量子贝叶斯拯救薛定谔的猫

作者:[美]汉斯·克里斯蒂安·冯·贝耶尔

译者:郭武中 阮坤明

ISBN:9787508683638

中信出版集团制作发行

献给芭芭拉（Barbara）

前言

退休后，我成为一名量子力学补锅匠。在大学里教了五十年的量子力学，研究生涯中玩弄着数学的奇技淫巧，挣扎着通过各式各样的报告、文章、书籍以及电视节目将量子物理福音带给普罗大众之后，量子力学给我的人生留下了深深的印迹。它点缀了我思考宇宙的方式。

然而，自从高中开始，在我发现乔治·加莫夫（George Gamow）的经典故事集《汤普金先生》（*Mr.Tompkins stories*）中所描绘的量子撞球和量子丛林的魔幻世界之后，我备受量子力学带来的不安情绪的折磨。到目前为止，它行之有效，且从未让我抑或是其他人失望。然而，尽管使用它并且在大学里教授它，我内心深处却觉得自己并没有真的理解它！我感觉自己不过是在重复着量子先哲们精心设计的步骤。像所有物理学家一样，我熟悉牛顿物理，也即经典物理，且当情势需要时，我可以如同传道者一样引经据典，对答如流，飞快说出它的教令、篇章，口若悬河地去描述它，然而我却从未能这样熟悉量子力学。量子力学的奇幻之处并不在于它数学式的复杂，而在于与生俱来的的悖论和难解之谜。

其中最著名的谜题莫过于薛定谔的那只倒霉的猫的故事——根据量子力学的假设，这只猫同时处于既生又死的状态。其他的难解之谜包含了这样一条论断，即一个量子粒子可以在不同的位置上被同时观测到，这意味着粒子表现得像波一样，波则像粒子一样，而信息则似乎可以瞬时传输。总而言之，这些谜被称为量子奇异（*quantum weirdness*）。

诺贝尔奖桂冠获得者——理查德·费曼给予我安慰。尽管他是二十世纪最顶尖的量子物理学家，但是仍旧抱怨“没有人真的懂量子力学”，包括他自己！然而他这个极其悲痛的自嘲并未给予我太多的安慰。

随后，意外的事出现了。就在我计划着退休且从自己不会与量子力学相处愉快的那种悲伤论断中撤退时，量子信息前沿领域专家克里斯托弗·福克斯（Christopher Fuchs）的文章让我犹豫不决。尽管我并不是很懂他的文章，但是这篇文章看上去很鼓舞人心。按照科学圈子的传统，我邀请他来到我的学术之家——弗吉尼亚州的威廉·玛丽学院做了一个报告。他接受了邀请，因而我开始在他帮助下寻找量子力学的新解释。它被称为量子贝叶斯理论，一语双关地简写成QBism，这么做的原因，我将在这本书中解释。这些年量子力学使我受益匪浅，且它激发了许多设备的发明，这些发明逐步衍生出改变我们生活的整个工业，而量子贝叶斯理论与量子力学的这些技术方面的应用无关。取而代之的是，量子贝叶斯理论不过是在重新解释该理论的基本部分并赋予它们新的含义。

当我和克里斯托弗成为朋友之后，他很耐心地教导我如何驱散量子奇异的迷雾。在一段时间里，我们相遇在一些国外的会议和研讨会上，诸如在瑞典古堡、加拿大高科技智囊团、瑞士山巅酒店以及巴黎的某个阴郁的礼堂——每个地方，物理学家聚在一起争论着量子贝叶斯理论的是与非。克里斯[注]和我联系密切，我们通过无数的电子邮件交流，我们开怀畅饮。如晨曦照在身上加深了我对量子贝叶斯理论的理解。

尽管量子贝叶斯理论激进，但它并不难懂。我如此缓慢地才将它拥入怀中，是因为传统的量子力学的成功，尽管存在着各种奇怪之处，但是却令人震惊地解释了自然现象以及给出了可靠的预测。如同我这一代人一样，我在一个传统的、被笑称为“闭嘴吧，快去计算”的

物理学院接受教育。我们被告知接受量子力学是一个事实，使用它去解释实验和设计小物件，而不必担忧它的深层含义。

“运用它”是“闭嘴吧，快计算”的更礼貌的表述方式。我们被鼓励着先搁置哲学上的顾虑，取而代之去成功解决实际问题。这种心态需要一点时间去适应。

我们这种自负的态度在千禧年之际伴随着量子信息理论的成熟而开始改变，这个理论揭示了量子力学未知的魔力。这些被用于一些非常炫酷的应用中，诸如量子加密（创造一种牢不可破的密码）和量子计算（解决曾经被认为不可解决的问题）。前者已经有商业上的实现，而后者据信不远的将来会变为现实。受科技上巨大进步的鼓舞，物理学界开始用新的视角审视量子力学的真正的含义。年轻的研究者将不会因为表达出对它的基础的研究兴趣而被当作白日梦者嗤之以鼻。赞扬克里斯和他的合作者的研究成果受到关注和赞扬，虽然这是他们应得的，如同搅拌着一个长久以来在炉眼上文火慢炖的锅。

当我看到量子贝叶斯理论的思想只是缓慢地在物理学界中传播时，我意识到是时候去为那些并不能轻易理解数学公式和方程的人写这本书了。

大约25年前，在一本关于单个原子壮观的新图像对物理学的影响的书中，我并非确信而只是非常期待地写道：“当前我们正在建立的对原子理解的纽带……将赋予它更深的意义，直到某天一个意义深远而简单地想法将解开量子的所有谜团。”当然，那一天还未到来，但是毫无疑问，正如二十世纪显微镜学的进展使我们对原子有了更多了解，意义深远而简单的量子贝叶斯理论将在二十一世纪促使我们对量子有更进一步的理解。

本书第一章“量子力学”，主要以非数学的术语介绍传统的量子理论。为了让读者对量子理论有更直观的感受，我通过人们熟悉的事物

或者日常经历这样的隐喻和类比方式来传达理论直观的意义。

第二章“概率”，在这章中我将转向讨论对概率的解释，通过比较我们中学学习的“频率论”的方式解释概率与不太熟悉的贝叶斯概率之间的差别。这些讨论的核心就是形式化的数学概率理论与其在现实世界应用之间的基本的但常常被人们忽略的差别。

在做好这些铺垫之后，本书的核心部分将描述如何将量子力学和贝叶斯概率结合成量子贝叶斯理论，以及如何用这种新的观念来解决量子奇异。

最后，“量子贝叶斯者的世界观”这一章稍微有些偏哲学，主要涉及我们从量子贝叶斯理论中获得的最有意义的教训，或者说它的更深层的意义，这是本书的重点。量子贝叶斯理论意味着一直以来的对世界的科学观的支柱（另一支柱是相对论，译者按）看法的改变。基于量子贝叶斯理论的观点，我们将在本章中接触到下面这些问题：什么是“自然规律”的本质；这些规律能完全决定宇宙的演化吗；我们有自由意识去影响这种演化吗；在物质世界中，我们既是其中的一部分又是观察者，我们与物质世界的关系又是怎样的；什么是时间；人类认知的极限在哪里；展望量子贝叶斯理论发展的前景。

量子贝叶斯理论并非旧酒装新瓶，也不仅仅是量子力学的另一种解释。量子力学装饰了我的世界观，而量子贝叶斯理论改变了它。

---

1. 对克里斯托弗·福克斯的昵称。——编者注

1. 本书图表由莉莉·冯·贝耶尔（LiLi Von Bacyer）所绘

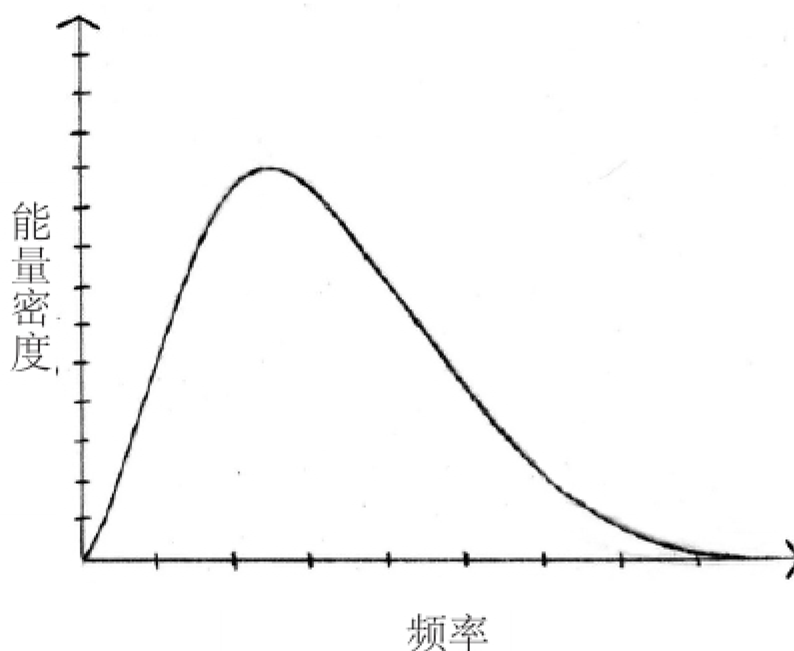
第一章　量子力学㊟

第1节　量子力学的诞生

如量子力学创造者——德国物理学家马克斯·普朗克（Max Planck，1858—1947）所言，量子的诞生是“绝望时的孤注一掷”(注)。1900年前后，公共照明和私人照明由气体向电力过渡所带来的技术挑战，鼓舞着物理学家去探索一个灼热的物体是如何发光的。当一个热的物体发光时，如燃烧气体的火焰、发光灯泡的金属丝或者太阳会散发出不同颜色的光。1900年，光已被人熟知为某种波，尽管当时并不清楚是什么在动。光波如同水波和声波一样，由它们的振幅、波高以及频率来描述，而频率指的是记录者在一秒钟内记录的完整周期的数目，从一个波峰到下一个波峰出现的过程被称为一个完整的周期(注)。我们裸眼是看不到这些周期的，但我们知道的是不同颜色的光线频率是不一样的。红光对应着缓慢振荡，换言之就是低频，蓝光则表征着高频，即剧烈振荡（记住，为了回想起红色是否意味着慢或者快的振荡，要记得那些比彩虹光的振荡频率低的光被称为“红外”。相应英文前缀*infra*表示着红外的意思。比彩虹光频率高的光是紫外光，英文中一般用前缀*ultra-*，意味超出）。如同自然界常见的那样，在许多颜色光混合在一起的情况下，物理学家会问：光的强度和频率有什么关系？用通俗的话来说，就是在彩虹中，释放了多少红光，释放了多少黄光和蓝光，等等。

在普朗克所处的时代，实验家争相测量理想实验条件下光强和频率之间最精确的关系图。当把频率设为横坐标轴，能量密度或者亮度设为纵坐标轴时，这样的“辐射曲线”看起来像一座小山。释放出来最亮的光的颜色决定了山峰在哪里。举例来说，太阳光的辐射曲线的波峰就在光谱的黄色部分。如图1.1，记录下来的红外以及红光并没有释放出太多的能量。沿着更高频率方向过去，辐射曲线逐步上升，在黄

色部分达到了最高值，随后因为光的强度在蓝光、紫光以及不可见的紫外光处逐步减弱而使曲线下降。



频率图1.1

理论家争相从基本物理原理出发去解释辐射曲线。普朗克在这个问题上花费了数年时间，却只取得部分成功。在19世纪即将结束的几个月里，他尝试着采用统计的手段，而这正是他之前所鄙夷的。

山形曲线在概率论和统计领域是很常见的。举个例子，考虑多次掷一对骰子，并且画出你掷出2点、3点、4点一直到12点的次数。图1.2横轴代表掷的值（两个骰子点数之和）——从2到12，纵轴则代表着每个值出现的次数。可以肯定的是，你将最终得到一座小山，尽管并不是很完美对称的，但是在两端会很低，而在靠近中间逐步上升直至在中间的时候取得最大值，即在等于7的地方。关于这个形状的解释是基于如下思想，即实现给定的掷得点数方式的数目。只有一种方式获得2点（1，1），也只有一种方式获得12点（6，6）。

但是7点则能以不超过六种的方式获得：（1，6），（6，1），（2，5），（5，2），（3，4）和（4，3）。中间值3，4，5和6以及8，9，10和11也是一样，每个值获得的方式都少于6种。当各种组合都是平等出现的时候，获得方式最多的点数将会赢，因此图像中间的峰，即在7点处，就可以很合理地得到解释。

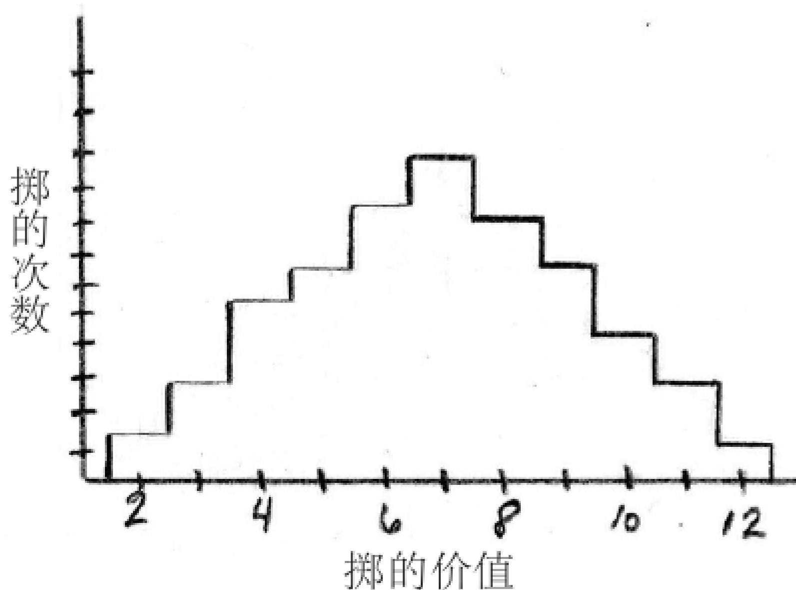


图1.2

普朗克开始对辐射曲线做类似的事情。为此，他不得不把一个连续性问题转换成一个离散问题。骰子试验中横轴和纵轴都涉及数量，即两者都测量为简单整数。与此相反，在辐射曲线中，光的频率则被测量为从0到无穷的实数［彩虹并不只是由赤、橙、黄、绿、青、蓝、紫组成，如罗伊·G.毕夫（Roy G.Biv）所言，而是由无穷的不可数的色彩构成］。辐射曲线的纵轴也有很多问题。发热物体的能量同样是可测量但是不可数的。想数出大小，普朗克不得不将光滑的辐射曲线近似为类似于墨西哥金字塔一样的阶梯状。如果他让这些阶梯足够小，使这些阶梯小到难以感知到，这些锯齿形轮廓就可以被替换成光滑曲线。

尽管普朗克和同时代的一些科学家一样不相信原子的存在，但是他想象力丰富。他知道一个炽热物体的热能是一些不可见运动的某种表现形式。我们所感知到的热，事实是物体内部物质的不可见摇晃或者振荡（你可以利用摩擦手掌或者用电钻钻一个硬物将运动转换成热）。基于这种理解，普朗克提出了一个天才的模型，在该模型中，频率和能量都是可数的。

最简单的储能以及以确定频率振荡的设备是谐振子（这个迷人的“谐”字源于产生乐音的振荡）。一个谐振子或者简写成“振子”的例子是：一个重物系在弹簧上，放在无摩擦的表面上，弹簧另一端固定在墙上（见图1.3）。

其他例子如音叉、音乐设备和钟摆。当弹簧松开的时候，振子既无动能也无储存在张开或压缩的弹簧中的势能。但是，当施加一些推力之后，它的能量将从动能慢慢转换成势能。反过来，这个过程的频率是固定的，大小用f表示。如果没有摩擦，它的总能量是一个常数，优雅的振动将一直持续下去。

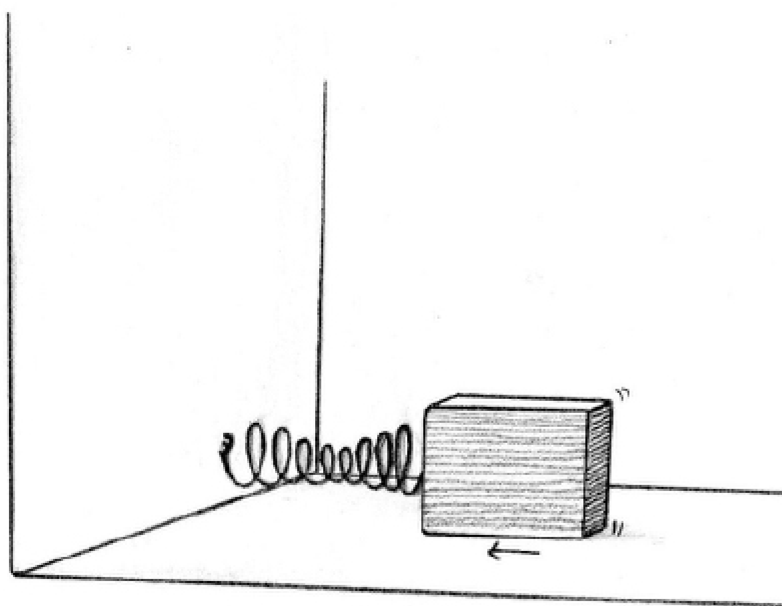


图1.3

作为权宜之计，拼接一些数学技巧，普朗克把炽热物体（如一个装有正在燃烧的气体的小球）的总热能想象成物体内部分布着大量的没有特定结构的微小振动，这些振动的功能仅仅是通过固定频率振动来储存能量，以及一直以相同频率释放或者吸收光。它们并不是用来模拟其他数不尽的气体性质，如化学成分、密度和电阻等。普朗克的模型难以捉摸，但是却富有远见。

随后事实越发清晰，即普朗克想象的小玩意儿确实是真的。这些谐振子就是组成发光球中振动的原子和分子，且事实上它们也释放和吸收光（虚构的模型中这个坚硬的墙代表的是大质量的气体分子，使原子差不多保持在其附近振动）。毫无疑问的是，原子的数量是巨大的，但是依旧可数且具有确定的数目（尽管在实际操作中数出它们的个数并不现实）。另外，正如他所言，普朗克谐振子“是单纯形式上的假设，并没有赋予它太多的意义”。类似于掷骰子从2到12这11个分立的数字，普朗克这个想象力上的大飞跃意义在于将一个范围内连续分布的频率分解成一系列分立、可数的频率。

接下来，普朗克将纵轴，即辐射能量或者亮度分解成离散的阶梯，对应于骰子的每个值出现的次数。最后他做了一个闻所未闻的奇怪假设，即每个谐振子只能储存少量且等额的原子能量，即普朗克所言的“能量单元”。这是比仅仅分解纵轴更具意义的假设。对于每个谐振子，他将其分为能量包，并认为能量包可能有不同大小，且依赖于频率。假如能量包的能量为e，那么谐振子能储存的总能量为0、e、$2e$、$3e$，等等。这个序列不会趋向于无穷，因为炙热的球的能量只有那么多，谐振子储存的能量最多是球的总能量，不可能更多。这个微妙之处最终使计算变得不一样。这使计算很优雅且有限，而不是趋向于无穷。

为了预测实际实验的辐射曲线，普朗克必须弄明白e的值。一个想象中的能量包的能量有多大？由已知的知识，当振幅不变时，能量和

频率成正比，普朗克假设单个包的能量和谐振子的频率（由f表征）成正比（振荡越快，能量越大）。数学上看来，就是基本的能量包等于一个可调整的常数h乘以频率（这个可调整的常数被称为参数，可以微调以与环境相匹配）。公式表达即为：

$$e=hf$$

想象中充斥着储存在超大谐振子集合中的天文数字般的能量包，普朗克依旧能够计算出总能量在谐振子中分布方式的个数，并且画出气体球能量与频率的分布曲线。如同在掷骰子实验中一样，曲线的左端和右端最终比中间部分要低很多。通过改变h的数量级以及调整它的大小，普朗克以令人震惊的准确度重现了实验测量的辐射曲线。

尽管这个成就使他获得了诺贝尔奖，但是他长久以来希望他的能量包只不过是计算上的应急之举，而一个新的改良的模型能够修复未破缺的连续性。他不能简单地忽略常数h或者让它消失，因为这个常数出现在了实验室测量的真实辐射曲线对应的最终表达式中，但是他希望这些小的谐振子和它们的微能量包仅仅是一个工具——就像将发光的网格线投影到纸上，这只是用来辅助绘画，最终还是要把它关掉。

但是普朗克在计算谐振子和能量包上都犯了错。谐振子，如我之前提到的，是原子和分子。能量包，则被称为量子（*quanta*，量子的复数，拉丁文中意为"数量"）。现在被命名为普朗克常数的参数h，已经是量子力学领域最基本的组成单元。普朗克绝望之下的小技巧最终被证实是现代物理学诞生的开山之举。

在爱因斯坦那里，普朗克的小小的公式$e=hf$变成了量子力学的象征，就像$E=mc^2$是相对论的象征一样。这两个方程中，后者的名声更大，但是$e=hf$却更加强大。相对论中能量和质量的关系是从更基本的相对性原理推出的，与之不同的是，普朗克关于能量和频率之间的理

论在早期量子力学中则是一个没有解释的公理。现在，它被认为是量子力学的结果，而量子力学则依赖于更基本的原理。

在标准单位制下，*h*的现代值[注]为：

h=0.000000000000000000000000000000000662606957焦耳/秒

毫无疑问，科学计数法下表示为$h≈6.63×10^{-34}$焦耳/秒更方便，但是写出代表许多个10的34个0的全部排列更直观地告诉我们在感官上无法触及原子的世界。我们视觉上能够触及的范围，从100千米或者说是$1.0×10^5$米，到一个小头发丝的宽度1微米，或者说是$1.0×10^{-5}$米。超出了这10的11个因子范围的尺度，我们需要用望远镜和显微镜形式的机械性帮助。但是即使这样的机械性帮助仍旧无法抵达普朗克计算所需要的难以想象的极小尺度。量子王国是通过理性思辨，而不是直接由感官，甚至都不是由我们的测量仪器去揭秘的。

普朗克如此不喜欢他的能量包，以至于他错过了他那小小公式的巨大意义。它的内在意义留给了爱因斯坦。仅5年后，他推动了量子从便利的数学虚构物向可测量的实在转变。爱因斯坦着手研究的是，能量是否如同光一样在传播中保持分立性的特点。作为一个巴伐利亚诞生的人，他曾经把这个问题用通俗的话表达出来：“尽管啤酒是一品脱一品脱[注]地卖，但这并不意味着它是由不可分的品脱单位组成[注]。”普朗克认为物质内部有类似的单元组分，爱因斯坦则表示光本身就是由许多能量包组成的，而这个组成成分被称为量子，随后被命名为光子。

古希腊的原子论哲学家曾经宣称，物质是由不可分的粒子组成的。电子和携带电的不可切割的粒子，在19世纪末被发现。经过仔细考虑，爱因斯坦宣称，如同物质和电一样，光子也可能是粒子状的。

1. Helge Kragh,“Max Planck:The Reluctant Revolutionary”,Physics World,December 1,2000,31-35,http://www.math.lsa.umich，edu/~krasny/math156-article-planck.pdf.
2. 频率的单位是每秒周期的个数，也被称为赫兹（hertz），简写为Hz。
3. 由于频率的单位是周期个数每秒或者秒的逆，h乘以f之后就可以将秒消掉，最终量子e的单位就是能量：焦耳。
4. 1品脱＝1/2夸脱（英）＝1.365升。
5. Phillip Frank,Einstein—His Life and Times(New York:Alfred A.Knopf,1947),71.

第2节　光的粒子

我们不知道爱因斯坦是如何提出他激进而又影响深远的想法的，但是他留下了许多线索。当被问到“思考是什么”的时候，他回答道，思考并不起始于文字或者方程，而是“尽情想象”，这个过程或许会被我们称为白日梦或神游，抑或是让自己头脑中的图像彼此交叠，如同万花筒中的彩色玻璃碎片一样。即使这样，爱因斯坦继续说道，这也不是思考。但是，如果在这个好玩的图像中，一些模式重复地蹦出来，这也许意味着一个新的观念。进一步说，如果最终能够将这个观念表述成文字或者是数学符号——找到了！——一个新的思想诞生了。

在1905年这个奇迹之年，爱因斯坦不仅用狭义相对论震惊了他的同行，他也在探寻（Ponder）着光电效应的秘密（见图1.4）。当一束光照射在某种特定的金属盘表面，它会将电子敲打出金属，将其释放出来。既然电子是带负电的，它们飞离金属板将使金属板带正电。当仔细研究这个效应的时候，它展现出两个让人感到疑惑的地方。如同期待的那样，电子以假设的不同能量冒出来，然后在金属块附近跳跃着，速度减慢并以无规律的方式跑出去。但是对于给定的单色光，似乎存在着最大的电子能量——所有电子无法超越的能量极限。当提升光的强度，让金属板完全被光照覆盖，使电子喷涌而出时，这样仍然不能提高电子的最大速度或最高能量。是什么在抑制它们呢?

另一个疑点在于当不同的金属——当然也有不同的光——互相比较时，光电效应会突然出现。对于每一种金属都存在着一个临界频率，低于这个频率的时候，光电效应不会出现。换言之，当光的频率太低，即光的颜色“太红”的时候，没有电子会被释放出来，不论照射

光的强度是多少。可为什么彩虹的红色一端的光无法将电子从金属中驱逐出去呢?

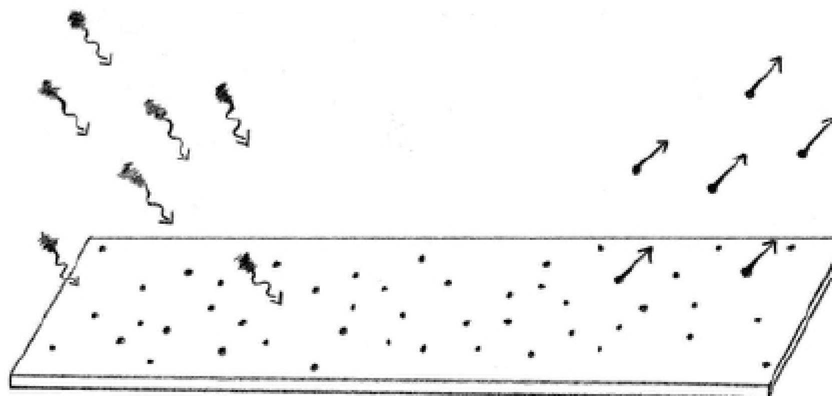


图1.4

这两个观察到的现象——电子的最大能量和最小频率——在经典物理中没法讲清楚。19世纪初光就被证实是一种波。随后，物理学家尝试着用空间中以光速传播的快速振荡的电磁场去描述。想象一下，电子如海滩上的鹅卵石，光则像海浪一样拍打在上面，将它们击出，散落在周围。也许这就是爱因斯坦开始尝试构思的时候脑中浮现的画面，但是这并不意味着对光电效应的详尽描述的合理性。在一定条件下，电子的速度有上限。受到原子论成功的鼓舞，可以想象入射光事实上是由分立的一团团的某种物体构成。这些物体不是原子也不是分子，因为我们知道光子并不是由物质构成的。但是这个假设的单色光团的能量都是一样的，并且一个团迎面去撞击一块鹅卵石，这块鹅卵石将会吸收这个团的全部能量且不会更多（撞球球员知道，如果一个转动的球迎面撞上静止的球，将会把自己的全部能量转给目标，并且不会更多）。在这一图景中，如同观测到的一样，电子的能量将会存在一个最大值。

这时，爱因斯坦也许想起了5年前普朗克那有些别扭的论证，这也使他不太情愿地采用物质以$e=hf$能量包去释放光子的这个假设。尽管爱因斯坦考虑的光电效应和普朗克考虑的发光物体的辐射曲线是不相

干的现象，但是它们有着内在相关性，即都与光的本质相关。只有爱因斯坦发散思路所构建的那些图景才暗示着这两类实验，即一个是吸收光，另一个是释放光，也许揭示着一些共同模式。他最重要的一步就是将已经获得极大成功的关于物质和电的原子假设扩展到光，称它为团，或者束，或者是一个量子，而现在这个光“原子”被称为光子，并且这是电子之后被发现的第二个真正的基本粒子。这也为其他即将发现的基本粒子树立了一个榜样，最近的一个例子就是希格斯粒子（Higgs particle）。希格斯粒子被搜寻了半个世纪，最终在2012年被发现。

爱因斯坦将沙滩上鹅卵石被波浪击出的图景换成光源源不断地击打陷在金属盘上的满满的近乎静止的电子上。偶尔地，一个光子撞击在电子上，放弃它的能量*e*，就像雪花融化在你的掌心这个过程一样。然后电子匆忙地试图离开，在原子附近上下跳动，最终离开了它的监狱。它以*e*的能量逃离，在离开过程中会损失一定的能量，而问题就在这里，电子不会获得比*e*更高的能量。增加入射光的强度能够增加被吸收的光子数目，然而每个光子携带着相同的能量*e*，对于每个受到影响的电子来说，吸收的最大能量依旧不变，增加的仅仅是数量。这解开了第一个谜。

第二个问题的解一定让爱因斯坦在第一次想到它的时候就振奋不已。为什么存在一个“最红”的最小频率，即在这个频率下光电效应不会发生？答案是金属携带正电的核子的吸引作用使电子被束缚在金属板中，就像井里的青蛙一样，它们不能逃离金属板，除非光子给它们一个推动作用。如果推动作用不够大，它们就只能待在板里。如果颜色太红，入射光的光子能量将太低，而按照普朗克公式，每个光子的能量将太微弱而无法提供所需的推力。每个金属都有个天然存在的最低频率，在这个频率之下，不论入射光多么明亮，也不会把电子击出金属板。

爱因斯坦关于光电效应的模型基于光子击打近似静止的电子这一图景。关于这个模型的证明花费了将近10年的实验工作，不过最终获得的结果是令人信服的：光是由粒子组成的。

相比而言，光是由波组成的实验性论证同样有说服力，也更简单。这个观点第一次被验证是在1803年由托马斯·杨（Thomas Young，1773—1829）实现的，大约在普朗克和爱因斯坦的量子假设的一个世纪之前。

使波明确区别于粒子的独一无二的特征在于，在特定的条件下，波可以互相抵消，使什么都不剩下，这个技巧被称为破坏性干涉（*destructive interference*）。而常识告诉我们，不论是白球、弹珠抑或是其他常规粒子都不可能做到这种抵消。假设两个完全相同的波从不同方向到达同一个点，相遇的时候它们会重叠，这种重叠被称为叠加（*superposition*）（见图1.5），意味着在相同位置它们相加在一起，就像重叠的摄影照片。如果两列波保持在这个点，恰好以完美的步调错开，一列波的波峰恰好抵达另一列波的波谷，这两波相互抵消。这个因为波发生破坏性干涉的暗点，如果你知道在哪看的话，就会发现这在自然界很常见。海浪、声波、无线电波甚至是次声波或两个小孩舞动的跳绳上的波，都能产生这个静止的点［如果这两列波同步，波峰遇到波峰，波谷遇到波谷，则会彼此加强，这被称为有益干涉（*constructiveinterference*）］。

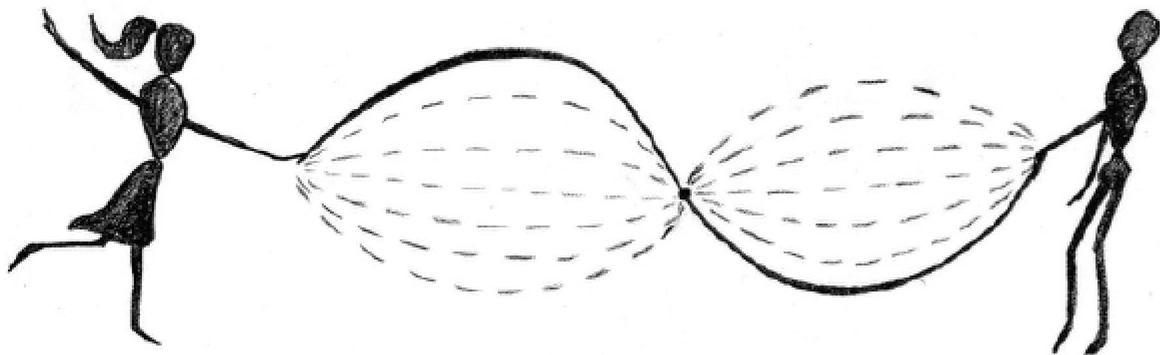


图1.5

激光本身就是量子力学的产物，它的发现使观察光的破坏性干涉变得简单。网上有许多关于“双缝干涉实验”自制的演示实验（见图1.6）。其中有一个是将绝缘胶带粘在细线上做成双缝的形状，放在激光发射器前面。用激光去照射双缝，在墙上会产生干涉图样[注]。这两束光通过双缝之后，将会非常完美地同步。然而，对于墙上的每个点，光的来源不同。既然从不同缝到这个点的距离有微小的不同（除了中间那条线），光波的同步或者异步依赖于墙上的点的位置。你将看到的是墙上的平行图案，要么是暗的，要么是亮的。

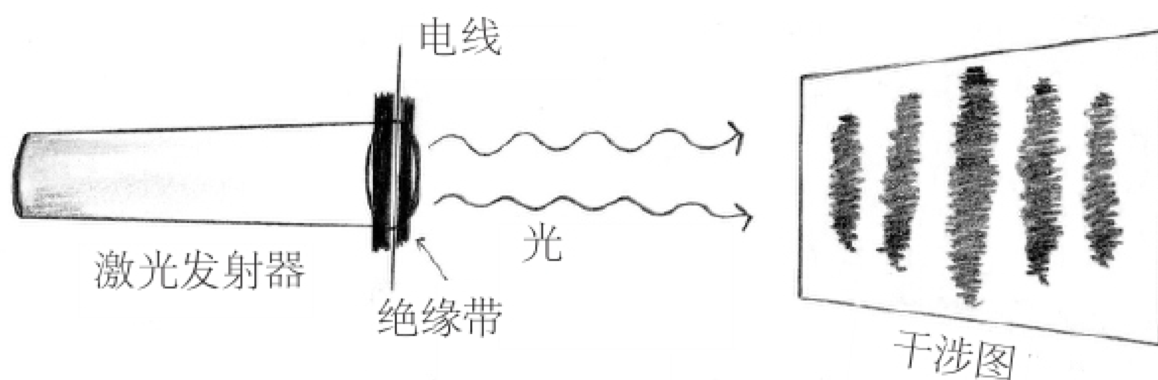


图1.6

简单说下这里为什么用缝，而不是用很小的开口（如小孔）作为光源。为了使干涉更明显，这个小孔必须很小且足够靠近。在这个限制下，小孔将无法使足够的光通过。但是如果适应细小的双缝，只要愿意，你可以设计成你想要的任意长度，你将获得更多的光以及更好的成像图样，即使这两个光源很小而且靠得很近。因此，这个实验通常是使用缝隙而不是小孔去演示。

屏幕上亮线部分坐落在从双缝出来的光互相加强的部分，而暗线则是相消部分，这也就证明了光是由波组成的（见图1.7）。

事实上，一旦你知道光是由波组成的，你可以在很多地方发现干涉效应。举例而言，干涉使肥皂泡出现闪烁的颜色。肥皂泡的壁是由

一层薄薄的水层组成，当光线照射在肥皂泡壁上时，会在两个表面产生反射。

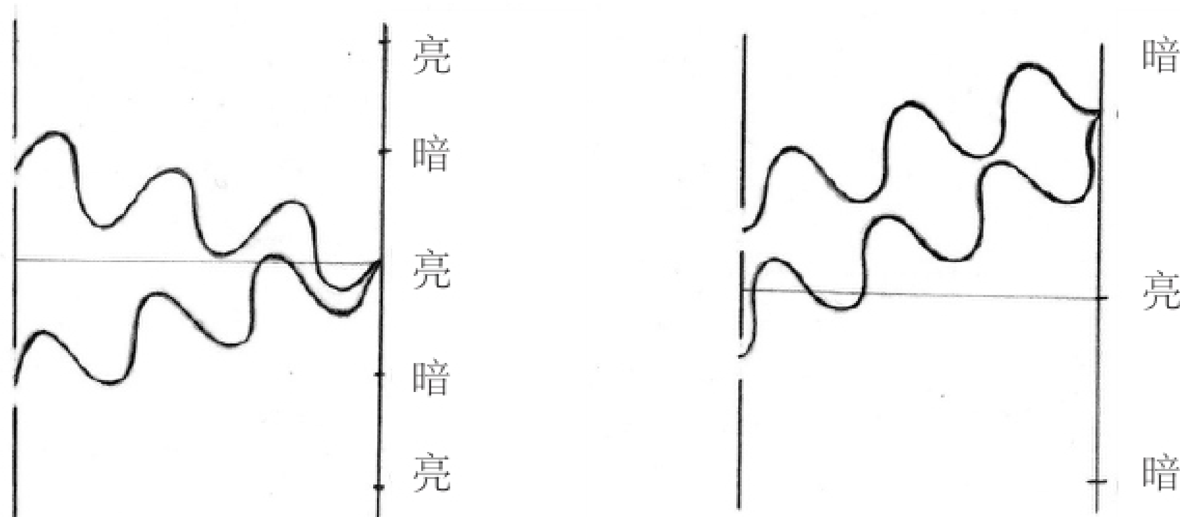


图1.7

内层反射的光束在通过水抵达外表面的时候会有延迟，穿出之后会与外表面反射的光在步调上产生差异，步调错位的程度与水的厚度及光的频率或者颜色有关。当两束光合在一起到达我们眼睛的时候，步调不一致的将会彼此相消并从光谱中删去，恰好步调一致的会彼此加强。因此，不同厚度的肥皂泡壁会喜爱不同的光，当泡泡扭曲、摇晃和畸变时，这些颜色将会产生变化。自然以其内在极其艳丽的方式揭示了光的波动性，几乎就像它向我们展示海面的波动性那样明显。

其他展示干涉的例子也很多。斜着去看CD光盘时，反射的光会产生彩虹的颜色，蝴蝶的绚烂颜色，海贝中珍珠母的可爱光泽，雨中在柏油马路上流淌的油泛着的微光，甚至孔雀尾的花样，这些都是自然界告诉我们光是波的方式。但是它不情愿告诉我们，光也会表现得像弹丸倾泻一样。一个模糊不清的现象（即光电效应）和爱因斯坦无与伦比的想象力才揭示出这个奇妙的、被称为光的东西所隐藏的另一面。

因此，我们该怎么去看待光，它是空间中迅速传播的电磁波，还是幽灵般的粒子束？

---

1. “Do it Yourself Double Slit Experiment(Young’s)—Easy At-HomeScience”,YouTube video,http://www.youtube.com/watch?v=kKdaRJ3vAmA.

第3节　波粒二象性

光子是奇怪的野兽。如果你打算重复双缝实验，并保留到达的光子图像（就像用纸作为目标去保留由来复枪制造的弹洞），你可以注视着图像的发展过程，并且同时观测双缝每一半的光的特性，即波和粒子的双重属性。让光的亮度变弱，使其平均每分钟只释放一个光子。刚开始，屏幕是黑的。然后一个点在某个地方出现了——“砰”的一声，一个很小的孔出现了，意味着有一个光子到达了屏幕。“砰砰”声之间的间隔是随机的：砰—停一下—砰砰砰—长暂停—砰砰—短暂停—砰砰—砰砰砰砰，如此周而复始。在很长一段时间内，这些点看上去是随机散布在屏幕上。但是，当成百上千的光子击打在屏幕上时，你会开始看到一个图样：很有规律的间隔、条纹状图案平行于双缝（见图1.8）。如果你等候足够长的时间，等到成千上万的光子落在屏幕上时，一个很明显的双缝干涉特征条纹的图样就产生了。

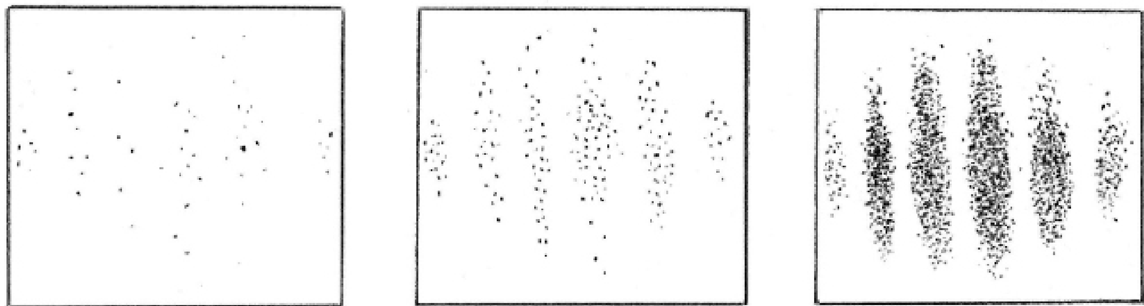


图1.8

分立的粒子产生了这些点，尽管这些条纹为光是波这一论点提供了无可辩驳的证据。或许你会饶有兴趣地耸肩，指出水波是由无数的H2O分子组成的，那么为什么说到光具有类波和粒子性的时候会如此大惊小怪呢？微妙之处在于时序。水波（像球迷在足球场玩起人浪一样）是由无数个单元组成，而每个单元和其他相邻的单元之间通过某

种方式彼此连接，所以才表现得整齐一致。但是从激光器射出的光子到达屏幕间隔了很长时间，不可能存在某种联系和交流机会让它们去调整自己的位置。它们可以在抵达间隔数小时而不是几分钟，而图样仍旧一样。这个过程就像上万盲人和聋子观众在不彼此接触的情况下玩人浪。这就像魔术一样，让人感到不可思议。

如果20世纪早期的物理学家对光子的波粒二象性感到不可思议，很快他们会更加震惊。从1923年开始，他们逐渐意识到波可以表现得像粒子一样，反过来也是成立的：电子一直以来被认为是粒子，同样能表现得像波一样。这个令人震惊的结论，以极高的精度在类似于双缝的试验中得到了证明。激光被替换成电子流，束流强度可以像激光一样调整，并且这个双缝要远比自制的光的双缝干涉实验要小且距离更近。替换空白的墙或者摄影胶片的是一个荧光屏幕，这个屏幕会在电子撞击的时候闪光。可实验结果几乎一模一样：点以随机时间间隔出现并且位置飘忽不定，但是最终慢慢地变成了一个完美的平行干涉条纹（请在第五节阅读更多相关内容）。

历史总是十分巧合和讽刺，波粒二象性也巧妙地体现在英国的一对父子物理学家身上，这两个人帮助奠定了现在所知的量子理论的基础。在1906年，J.J.汤姆森（J.J.Thomson，1856—1940），当时的物理实验大师之一，通过使用电场记录电子类似于高尔夫球在地球引力场中路径一样的抛物线轨迹，证明了电子是一种粒子，并因此获得了诺贝尔奖。31年之后，他的儿子G.P.汤姆森（G.P.Thomson，1892—1975），跟随他父亲的脚步，通过展示电子的破坏性干涉从而证明了电子是波，因此也获得了诺贝尔奖。

这对父子中的父亲，也是位优雅的作家。他总结了这个困境：“（物理中波粒二象性这个观点）就像老虎和鲨鱼之间的争斗一样：每一个在自己的领域都拥有至高无上的霸权，但是在对方的领地却是无能的。”想象一下，光子或者电子作为一种粒子而言，都无法解

释双缝干涉。当把它们当作一种波时，则无法解释光电效应。波的理论和粒子的理论似乎无法兼容。

J.J.汤姆森话中提到的这两个理论，如同鲨鱼和老虎一样从根本上就是不同的，对应着光子和电子在不同的环境中的状态。这种解释并不能使急切寻找真理的我们得到满足。物理学的目标不仅仅是讲述关于我们这个物质宇宙中每个物体和事件令人信服的故事，更是去制造一个单独的史诗般的作品，一个描述我们所在自然界的一致性的理论。没有谁比爱因斯坦对寻找统一理论更有激情，而且他在鲨鱼和老虎之间的激烈竞争中已经独领风骚。早在1909年，即提出光量子之后4年，量子力学诞生前6年，他在德国物理学家的一次会议上在报告中预测："我相信，在下一个理论物理发展的时期，将会有一个新的关于光的理论，这个理论是波和粒子理论的融合。"他很明确地知道需要什么，即使他并不完全满意所得到的解答。

波粒二象性的麻烦也是显而易见的。波和粒子是我们从日常的、宏观的牛顿世界中获得的不同分类，这对于原子领域是不够的。光子并不像海波或者子弹，电子也不是。它们和日常的波和粒子在一些特点上具有共同之处，可并不是每一个特征都是一样的。那么它们该是怎样的呢？我们无法如《爱丽丝梦游仙境》中的爱丽丝那样将自己缩小到原子的尺度，然后自己去看基本粒子在其所处的环境中的行为是怎样的。我们所能做的，就是用我们的想象力帮助我们去画出一幅与人类尺度的实验室中所观察到的现象一致的图像。

为了调和不相容的波和粒子的类别，"波粒"（*wavicle*）这个术语曾被建议来描述电子，但不幸的是，这个丑陋而且非正式的词从来都没有流行起来。我的朋友罗尔夫·温特（Rolf Winter）受J.J.汤姆森用动物做类比的鼓舞，更加生动地把电子比作鸭嘴兽。18世纪时，当探险者第一次把鸭嘴兽从澳大利亚带到欧洲时，大学里知识渊博的博物学家宣称这种动物是伪造的，只不过是把其他动物的身体拼凑在一

起。“爬行类动物不会哺乳。”“同时是哺乳类和爬行类的动物是不存在的，因此它不过是一个恶作剧。”他们信誓旦旦地说道。然而，他们所创造的分类是通过自身有限的观察所得到的，这最终被证明是不足以描述地球生物的丰富多样。同样地，光子和电子是可以表现为波的粒子以及可以表现为粒子的波。就像鸭嘴兽一样，他们忽略了这个分类是从不恰当的前例得到的。

为了继续向前发展，而不是停留在发明无用的诸如“波粒”这样的新词以及将它和外来的生物做比较，则需要更激进的方法。1909年，爱因斯坦倡议波和粒子的理论融合并没有得到响应，直到1925年量子力学诞生。然而，量子力学在它诞生之前很久就已经冲击着物理世界。

1913年，丹麦物理学家尼尔斯·玻尔（Niels Bohr，1885—1962）构建了第一个成功的原子内部模型。遵照物理学家从简单开始的习惯，玻尔将他的注意力集中在氢上，氢是元素周期表上第一个也是最轻的元素。他大胆地将氢原子系统类比成太阳系，并把氢原子描述成一个孤独的电子如同地球绕太阳那样围绕中心核子转动，且只在特定分立的轨道，即半径是固定的若干普朗克常量h的数倍。当电子向上（或向下）跳跃一个级别时，相应地会有光子被吸收（或释放），而光子的能量由普朗克—爱因斯坦方程$e=hf$给定。这个图像很快被逐步改善成包含了椭圆形和圆形轨道，也遵循相对论，并可以用来描述比氢原子更加复杂的原子。最终，著名的原子“玻尔模型”成为科学中最常见的漫画，即那幅无处不在的一个点在中间、三个椭圆形代表三个电子轨迹的图片（见图1.9）。据推测，那幅图描述的是元素周期表中的第三个元素——锂。

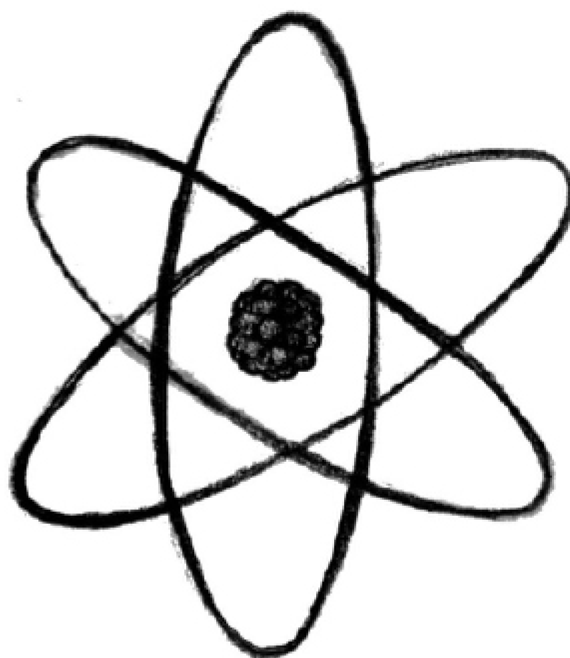


图1.9

这个小图标产生了无数的变体，已经被广泛地认为代表着原子，而且被改编用于高科技公司、政府机构以及消费品的标志。它在情景喜剧《生活大爆炸》（*The Big Bang Theory*）不同场景的荧幕上飞快闪过，并且在全球范围内，它意味着力量。因为这个标志所传达的信息如此简单且令人信服，在高中教学中也占据着优势。对大部分普通人来说，它代表着他们对原子结构的理解。

不幸的是，本质上它是错误的。

1919年，刚刚引入这个理论6年之后，玻尔被迫否认了这个理论，因为它歪曲了之前盛传的对原子内部电子行为的理解。玻尔模型将氢原子内部单电子的轨迹描述为绕核子（已知为质子）的轨道，最终得到的氢原子结构就如同煎饼一样平。但是我们知道的是，在观察它与其他原子相互作用的时候，从外部来看，它就像是一个模糊的棉花球而不是煎饼，至少在常态、静态的时候是这样的。

更糟糕的是，这个原子图暗示着电子在远离核子的地方保持在特定轨道上一直运动，这个轨道半径被称为玻尔半径（*Bohr Radius*）。但是实验显示，当探测原子的时候，电子不仅仅在原子表面被探测到，在这个棉花球的内部也能探测到。

玻尔模型最过分且让人不可原谅的瑕疵远远大于技术上的缺陷。通过假设急剧又确定的轨迹，这个模型忽略了波粒二象性，而更青睐于它的粒子本性。玻尔模型也可以说是一种倒退，退回到了牛顿物理：其中一个粒子具有精确且连续的轨迹，并且在轨迹每一点都具有定义明确的位置和确定的速度。以行星轨道的方式描述原子中电子的行为，在一个世纪前就已经从物理学词典中删除了。

玻尔模型能够让人在头脑中产生生动的图像，它占据了大众对科学的想象，甚至到了一种令人担忧的程度。它是阻碍发展的一个历史遗址，它暗示着原子物理学在100年间没有任何改变。没有其他的基础科学会给人留下这种印象：宇宙学不是这样，它产生了一系列令人窒息的发现，如宇宙加速膨胀和谜一样的暗物质（*dark matter*）以及暗能量（*dark energy*）；天文学也不是这样，它每天都会得到遥远彩色发光物体的炫目图片；生物学也并非如此，我们对大脑的结构、人类基因的微妙之处以及令人震惊的演化结果有日趋增长的理解。那个广泛存在的原子图标是如此过时，就像用马或者马车的画像作为停车场的标志或者是用莱特兄弟的卡通图作为到机场的指路牌一样。

尽管玻尔模型之前是量子力学发展中重要的一步，但是它却早早不适用了。尽管波粒二象性会使原子真实的图像变得更复杂，但是我认为应该尝试着把玻尔模型老图标更新成更符合21世纪的新图标。也许在1925年诞生的量子力学百年诞辰庆祝之际，会有人对这个图标公开质疑。

第4节　波函数

物理学家的目标是解释非生命世界的运作方式。首先，哲学家按照如下方式描述一个客观物体：划过夜空的行星、冰雪的形成、七弦琴的声音。当关注不能被直接看到或者不那么容易测量的时候，物理学家创造了机械模型替代对客观事物的直观描述。希腊原子论用看不到的粒子穿过虚空描述连续物质，马克斯·普朗克看到了发热气球中数不尽的小振子，而尼尔斯·玻尔在他思考氢原子的时候把它想象成微型的太阳系。

最终，机械模型失败了。它们被适时地抛弃了，取而代之的是更加抽象的数学模型。相比它们的先行者，数学模型如同斯巴达一般冷峻。它们由一系列方程和公式组成，不含修饰、色彩、可见的细节——没有机械模型那样丰富的外观（谁不为玩偶之家、模型船和模型火车着迷），但是数学模型之所以缺少吸引力，只不过是为了补偿它的一般性和预测能力。牛顿广泛适用的引力定律则是数个世纪以来对自然现象的纯数学描述最具说服力的例子[注]，它阻止了一代代专业和业余的物理学家的无效努力。他们曾试图将引力产生描述为由不可见粒子的机械推动和一些宇宙的流体的旋涡而引起的。然而，那些无穷无尽的天体和地球的信息都可以被压缩在8个符号之中，知道如何解读的人就能发掘其中的信息。

到发展原子理论时，我们渐渐发现传统的分类是远远不够的。原子外壳中电子的运行轨道和速度似乎是无法获得的，原子释放光波看上去像粒子，电子表现得像波。原子物理颠覆了原来的观念。

一小部分有杰出创造才能的物理学家意识到没有哪个机械模型能够令人信服地揭示波粒二象性，他们转而研究数学模型，最终引领了

量子革命。他们志在用数学语言描述原子物理实验所展现出来的奇怪事实，而不是美丽如画般地描述潜在的现实。这是大胆的一步，他们的许多同行很难理解。但是量子现象的数学模型却硕果累累。

重大飞跃在于将客体和它的描述分离开。“我们先不去看电子本身。”量子力学的创造者提醒道。偶尔他们会详尽地说，而更多的时候则是含蓄地表达出来。“甚至不要试图去想象一个设备表现得像电子，相反，让我们先去寻找一系列数学方程，这些方程可以预测实验室中电子的行为。数学并不会在意事物是否看上去像波或是粒子还是鸭嘴兽。”令他们喜悦的是，他们做到了。

做到这个技巧的方案是一个公式，波函数（*wavefunction*，一开始是短语*wave function*，后来也用过连字符连接的*wave-function*，最终标称一个合成词*wavefunction*，这模仿了原始的德语构造方式）。它的创造者是埃尔温·薛定谔（Erwin Schrödinger，1887—1961）。波函数不仅揭示了特定量子系统的属性，也包含了在这个系统上进行特定实验时的必要细节。因此，波函数不只是有一个，对于每个独特的实验室设定，都有一个特定的波函数。在大多数情况下，用图像表示的波函数一点都不像波，只有它的名字还在提醒我们，量子系统共有的一个重要的性质是叠加以及建设性或者破坏性干涉的可能性，即两列波占据同一个点，甚至可能彼此加强或者消除。

通常来说，波函数的数学形式相当复杂——远比方程式$E=mc^2$或$e=hf$复杂得多。因此，在这里我不讨论任何实际系统波函数的例子。但是这并不意味着我们不谈论它们，这就如同你在享受音乐的时候并不需要真正理解音乐。

玻尔将氢原子类比成微缩的太阳系，比这更大胆的类比启发了波函数的构建。对经典物理学家来说，原子物理最令人费解的问题是原子能级的分立问题。不像地球卫星能够绕地球任意高度转动，且可以

携带任意能量，束缚在原子中的电子只有确定的、分立的能量。这种限制来自哪里?

连续性中出现（就像魔术意义上）分立值最好的例子就是音乐了。自远古时代以来，音乐设备，如七弦琴、鼓、长笛等，就能产生独立的基本音调，还有泛音。把波限制在一个有约束的空间，如固定长度的弦、圆形的鼓面、笛子中空的内部，你或许以为它们只会产生噪声，然而产生的却是纯音高。音高对应着带音符的声波的频率，而音乐则由组合不同分立频率得到。问题在于，原子限制电子，笛子限制振动的空气，除此之外两者没有任何相似之处，从这个角度来看，音乐设备中众所周知的频率分立如何帮助我们解释原子中神秘的能级分立?

答案当然已包含在量子力学第一个尝试性的假设中，即由普朗克—爱因斯坦方程$e=hf$给出的能量和频率之间的基本联系。

受众所周知的音乐设备所产生的声波公式启发，通过$e=hf$，量子力学创造者所面临的挑战是寻找具有分立频率的波的数学表达式，而这个表达式又和原子能级匹配。这个表达式也许不是用来描述原子本身，但是能够预测原子能级的梯度。埃尔温·薛定谔成功找到了建立一个数学方程的一般步骤，反过来，这个方程的解就是他著名的波函数。

量子理论可被认为是一门找波函数并从中得到可测量结果预测的科学。随着时间推移，计算上繁杂的技巧也在与时俱进，一开始借助计算尺，现在则利用计算机。用这种方式研究的系统，从单个粒子和原子慢慢演变到大团材料，再到星体内部，甚至到了整个宇宙。到目前为止，量子力学成功地经受住了每一个实验测试。

第一个用量子力学方式去处理的系统不是原子，甚至都不是电子，而是开创量子力学的装置——谐振子。它的数学描述仅仅涉及它

的质量和不变的频率（使振子回复到它的平衡位置的振动强度可以由这两个量得到，所以不需要专门把它的形式包含进去）。不出所料，量子力学的标志普朗克常量h在这个计算过程中扮演着重要角色。它如同比例尺一样在图片边缘显示出来，为照片设定了度量，就像米尺为考古学家新挖开的地沟照片设置了刻度。

作为理论上的小白鼠，谐振子非常简单，这是它的优势，而它的劣势在于，在20世纪并不存在足够小的、真实的、能用来展示量子力学效应的质量——弹簧谐振子(注)。最多这只能作为进行更复杂项目前的一个热身活动，诸如对氢原子的描述，得到的结果和实验的测量结果一致。尽管这样，即使是机械谐振子也可以揭示经典牛顿力学和量子力学间非同寻常的差别。普朗克在绝望之际猜测谐振子能量为$e=hf$倍数，这被证实几乎是正确的，但是并不完全。令人惊讶的是，限定（allowed）的能量梯度并非从最低能级开始，相反，最低能级是一个能量量子的一半，限定的能量是它的奇数倍$e/2$，$3e/2$，$5e/2$……普朗克非常幸运，因为不同能级间的差仍然是e的倍数，这个差决定了一个特定的谐振子所能吸收或者释放的能量，而这才是他真正需要假设的地方。一个量子谐振子不能辐射或吸收$46.7hf$能量，就如同杂货铺老板收到或者找零的现金不能是46.7美分。这是无法做到的！如果你试图吸干一个谐振子的所有能量，使它停下来，那么你注定会失败。就像一个极度活跃的咿呀学语的小孩，你永远无法让他停止手舞足蹈。记住，在剥夺谐振子的所有能量之后，由于h是如此之小，因此剩余的震颤很难被检测到。尽管如此，实验仍证实了量子力学的这个特殊的预测。

除了能量的量子化，波函数意味着叠加。根据经典物理学理论，物体的位置和速度是被精确定义的。与此相反，谐振子或任何物质的粒子的波函数所包含的位置和速度的值，可以在一定范围内同时以不同的值分布，即叠加。注意，我并没有说位置和速度可以有分布。正

确的表述应该是：包含在波函数中的位置和速度可以有分布。这是很重要的一个区别，随后我将更详细地讨论这个。

波函数有点像地图——最理想的地图，它包含了量子系统所有可以说的东西。在这里需要提醒的是，普通地图所包含的信息并不一定会被完全展示在一张纸的图画或者地球仪上。举个例子说，道路地图册往往包含了表单，其中列出了城市之间的距离以及驾车时间。为了简化问题，设想一下，表单中的距离不是沿着高速路的真实里程，而是两个地点之间的直线距离，就像鸟飞行的路线。想象一下，这个表的扩展版本包含美国数以千计小镇的数据。原则上来说，通过这个表单是可以重建整个传统地图的。下面是如何去重建：圣路易斯（St.Louis）在地图页中间，纽约在右手边的边缘处，查阅电子表单中两地的距离。现在你就知道了比例：在你的地图上，一英寸代表多少英里。然后，从表单中，找到这两个城市到迈阿密的距离并把它转换成英寸。既然三角形三边能够确定一个三角形，现在你就知道了迈阿密的位置。继续这样的步骤，就可以得到整个地图了（见图1.10）。天文学家用这种方法记录地图，即把数以百万计的恒星的坐标列在一个很大的目录中而不是标在图标或球体上。地图、表单和目录可被用于记录同一个数据集，尽管它们看上去是如此不同，可对很多目的来说，它们是等价的。同样地，波函数所包含的信息可以用公式、表单、一系列数字或者一张图去展示。



图1.10

第一个关于谐振子的量子力学描述，事实上是用表单表达的，它在数学上被称为矩阵（*matrix*）。这些矩阵随后很快被证明在数学上和波函数等价。既然后者比前者更容易去想象，在本书大多数情况下，我将使用波函数。

当试图解决量子力学的疑难之时，人们常常忘记了物体和它表示之间的差别，这是大部分人甚至是一些专业的物理学家都会掉入的陷阱。哲学家阿尔弗雷德·柯日布斯基（Alfred Korzybski）明确地表达了两者之间的显著区别，他创造了一个格言“地图非疆域”（The map is not territory.）。这个短语很精练地提醒了一个事实，那就是：一个对客体的描述并不是客体本身。现实并不是和描述现实的模型一样，就像“*house*”这个单词不是砖和泥灰做的房子。柯日布斯基警示了把地图和疆域混为一体的恶作剧，他的言辞引起了对量子力学的奇怪之处的一些质疑，质疑在于这种奇怪之处并不是自然本身而是来源于波函数。是否只是地图怪异而非疆域诡异?

当我们是小孩的时候，我们学着通过探索街道地图和它所代表的沥青混凝土的关系，以此学着去读地图。当我们查阅静态的二维图像并试图把它转换成我们周围庞大混乱的三维世界时，或者相反，当我们看周围复杂现实世界的简单示意性的草图时，我们脑中闪过什么？比较疆域和地图的这个过程是如此艰难，以致一些人从没能真正理解。如果再把运动包含进去，如车载GPS（全球定位系统）屏幕，会让一些人更加疑惑。类似的隔阂阻碍了人们对量子力学的理解。在量子的世界，薛定谔的波函数就如同一个理论家笔记本中所构建的演化地图。假如它像地图，那么它到底要描述什么？又如何将它联系到现实的原子世界？

---

1. $F=GmM/r^2$，其中F表示引力的强度，G是引力常数，m和M指相互吸引的两个物体的质量，r是两者之间的距离。
2. 一个和人的头发丝宽度大小的微小的音叉被《科学》杂志评选为“2010年度科学重大突破”，它能够展现出量子行为。可参考http://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_machine。

第5节　“最优美的物理学实验”

我们通常用波函数来描述量子系统中包含的信息。量子谐振子的波函数预示了该系统只能储存离散的能量，这与我们熟悉的经典系统不同，例如，一个音叉的能量是任意的，这与敲击它的力度有关。同样，氢原子的波函数暗示着它的能量也是分散的，只不过能级图比谐振子更加复杂[注]。

对于量子系统，波函数不但包含能级的信息，也预言了其他不计其数的实验结果。给定任意实验装置和相关说明，原则上用量子力学精美的数学语言可以构造出该系统的波函数，并且计算出相应的测量或观测结果。这里我将避开这些技术问题，而是通过讨论电子的波粒二象性进而解释波函数的意义。让我们拭目以待，看看波函数是如何处理这个谜题的。

下面我们将比较物理学家是如何描述子弹和电子这两个不同的抛射物的。

我们先讨论子弹。为了简单起见，忽略重力和空气阻力的影响。一旦子弹离开枪管将不再受任何力，根据牛顿运动定律，它将一直保持直线匀速运动，直到碰到靶子——我们暂且假设靶子是一块木头[注]。子弹突然受到制动力，同样根据运动定律，它会减速直至停止。停止之后，由于各个方向子弹都承受同样的挤压，因此它不再受力，保持静止。

射手和他的装备将决定射击的精准度。据说，传奇的神枪手安妮·欧克丽（Annie Oakley）能够精准击中抛向空中的硬币。而如今，如果利用那些精心制作但价格离谱的装备，包括激光、透镜组和计算机

等，一些业余的选手都可以轻松击败她。在经典物理学中，枪法的精准度没有任何限制。设想如果在开枪时子弹的速度和位置是限定在特定范围内的，那么它最终撞击的点也会有相应的限制。原则上我们可以无限精准地射击，虽然这并不现实。所以，理论上如果安妮拥有足够好的枪，足够敏锐的视力，并且手完全保持静止，那么她就可以击中硬币上任意一点。

下面我们来说说电子。电子通常是从一个被称为电子枪的设备中发射出来。过去在美国家庭中这种“武器”比猎枪更为常见。那些老式的电视机中都有电子枪，它们藏在电子成像管的末端，而现在家庭中常用的平板电视则不再包含这样的设备。这里我们考虑电子从电子枪发射出来，然后终止在屏幕上并且留下可见点，和刚才一样，忽略电子在中间运动过程中受的力。

量子物理学家不能像对待子弹一样追踪电子的轨迹，而只能计算它的波函数。为了得到波函数，他需要知道电子枪的几何形状以及电子离开枪口时的速度。和谐振子与原子中的电子不同，该波函数的示意图实际上与电子枪到屏幕之间的波类似。像石头在水中激起的涟漪一样，波函数从枪口向屏幕扩散开来。而当电子碰到屏幕时，奇迹出现了。之前如水波一样的波函数突然莫名其妙地塌陷到屏幕的某个点上。在碰撞之前，它还在空间中向四面八方散开。而碰撞之后，波函数在空间各处的大小则几乎为零，除了它最终到达的那个点。

这种现象我们称之为波函数塌缩，它告诉我们波函数的意义，却如此离奇。我们会在下一节中讨论这一解释的缺点。

我们不断地发射电子枪，最终会在屏幕上绘出一个图案。这个图案由每次碰撞的点组成，它是理解波函数意义的重要线索。每次碰撞的点在图案中是随机分布的。这里随机可理解为不可预测的、没有规律的。而随机这个词则体现了之前提到的经典力学和量子力学之间最关键的差别。

当然，安妮·欧克丽或许并不觉得太惊讶。如果考虑到空气的影响，枪的某些不确定的特性，甚至她自身脉搏的跳动，那么她击中硬币上的点的位置也将是随机分布的。她或许会想：“我不可能比这更精准了。”然而，经典物理学家则坚持认为，假如给定各种因素的细节，子弹的路径是可以预测的，并且可以达到任何想要的精度。在经典物理中，这只是统计的随机性，往往源于我们对某些微小的细节的忽略或者无知。我称之为安妮·欧克丽随机性。原则上经典力学并没有随机性。例如，硬币抛掷，其结果通常被认为是完全随机的，但是利用力学，每次的结果也是可以被预测的。安妮·欧克丽随机性是可以通过适当的方式消除的，虽然不能完全根除，但是可以无限接近你想要的精度。

与之截然不同，电子的随机性则是不可避免的。即使我们把电子枪的尺寸和电子的速度都控制在足够的精度范围内，波函数传播仍有不可避免的随机性。在创立量子力学的早期，物理学家很难接受这种量子随机性。其中爱因斯坦一直没有接受这种观念，因为这与他辉煌且硕果累累的一生中所理解的物理完全不同。他察觉到其中的矛盾。虽然他对量子力学做出了非常重要的贡献，而且量子力学以惊人的速度获得了成功，但是他相信自己敏锐的物理直觉并不会欺骗他，因此他毫不忌讳地表达出自己对这个刚出生的量子理论的怀疑。他机智地提出各种异议，有些在他逝世多年之后才被证明是错的。爱因斯坦错了，量子随机性确实存在，但是一批爱因斯坦最忠诚的拥护者仍希望最终可以证明他是正确的。

量子随机性（也被称为本质的或者固有的随机性）撼动了自亚里士多德以来的物理学的一块基石——因果律。任何一种现象或者事物都必然有其原因。虽然我们很难确定相应的起因，但通常假设它必然存在。如果安妮·欧克丽总是射中硬币上的字母L而不是Y，可以想象，经过足够多的努力我们肯定能够得到其中的原因。另外，电子由于遵循量子法则，则否定了这种可能性。对于一个像爱因斯坦那样的经典

物理学家来说，抛弃因果律就等同于破坏了整个物理学。后面我们会讨论量子贝叶斯如何将物理学置于一个新的、更有弹性的基础之上，并使之能与固有的随机性自洽。

电子枪绘出的图案为理解波函数的意义指明了方向。如果碰撞的点是完全无法预测的，那么这些不规则的点会覆盖整个屏幕，对电子的路径我们便一无所知。但是我们确实对此知道一些——事实上知道很多。波函数精准描绘出圆形的、对称的形状，而且点集中在中心，并且点的密度随着离中心的距离越大而递减。因此，电子枪给我们提供了一个随机却内含部分信息的例子（见图1.10）。

科学现象往往遵循着类似的规则。通常一些现象很少能完全展示出所包含的信息或者完全不包含任何信息。例如，误差总是和测量形影相随。即使在生活中，绝对的确定性或者完全的随机性也很少出现，天气预报或者交通模式就是最好的例子。这两个例子的共同特点就是我们可以给出很多预测却不能百分之百的准确。数学中的概率便是用来处理类似情况的。概率这个概念在量子力学中与普朗克常数h同等重要。但是引入这个概念的结果则是十分微妙的。

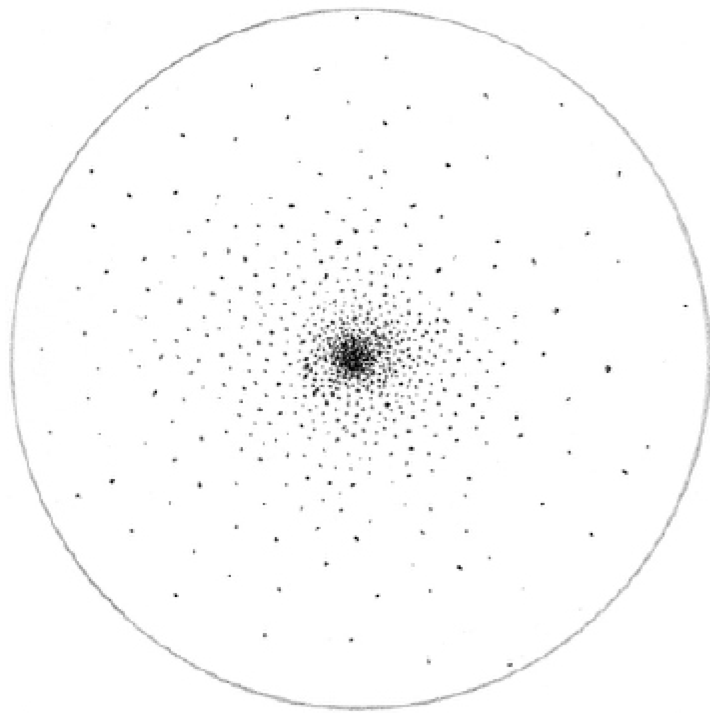


图1.11

电子枪绘出的图案暗示着波函数并不是用来描述电子本身而是反映概率的。尤其是电子即将碰撞屏幕时的波函数决定了电子最终到达屏幕上任意点的概率。

通过概率来解释波函数是量子力学带给物理学的重大改变(注)。

在第3节我们讨论了光的双缝干涉实验，实验结果向我们展示了随机和规则是如何交融在一起的。两个分离的源发射出的光波干涉之后形成条纹状的图案，而每个光子则被记录为那些随机分散在照片底板上的点。

1965年我刚刚开始教物理，同年，理查德·费曼（Richard Feynman）出版了他著名的教科书《费曼物理学讲义》。在书中他详细阐述了电子双缝干涉的理想实验进而讨论量子力学。设想左边是一个电子枪，中间是两个极小的双缝，而右边放置着荧光屏，当电子击

中荧光屏时会产生一个斑点。2002年，该实验被一个英国的杂志《物理世界》评为“最优美的物理学实验”。

在费曼的书出版之前，物理学家就已经做过该实验的简化版。但是直到2013年，技术上才足够成熟，费曼在半个世纪之前描述过的实验才能真正付诸实践。除了创造和探测单个电子的困难之外，另一个让人却步的现实阻碍就是双缝的尺度。用现在的说法，这些缝是纳米（nm）量级的（$1\text{nm}=10^{-9}\text{m}$=十亿分之一米=百万分之一毫米），这么一个精密的工程是不可能在家中通过电线和绝缘胶带完成的。看到那些随机出现的点逐渐绘出条纹状的图案，我们犹如正在看量子力学是如何工作的，这一定是一种让人着迷的体验[注]。

除了演示波粒二象性和量子随机性，这个实验也毫无疑问地展示了波函数的传播。每一个细缝仅有60纳米左右的宽度。这个数字说明我们可以忽略电子在发射点横向的具体位置，而屏幕上显示的条纹的宽度大概有300毫米。为了让波函数的两部分发生干涉，必须把双缝到屏幕之间的宽度增加5000倍。这显然说明了波函数扩散得非常开。

仔细思考这个实验，我们很容易误入歧途！思考一束光从激光发射器到双缝，向前传播、干涉，最终产生条纹图案。当我们把光换成电子之后，似乎就变得不那么自然。这是因为我们知道电子只能一个接一个地通过双缝。更进一步，如果考虑在2013年那个实验中将双缝板和屏幕移开，将电子枪指向窗户，那么电子将会像蹒跚学步的小鸭子一样排成一排向前传播，但是在传播大约2000千米之后，它们就会分离开来。每一个电子都独立传播。双缝只是将波函数而不是电子本身分成两个可干涉的部分。而对于每个电子来说，在没有其他电子干扰的情况下，却莫名其妙地设法避免碰撞到那些条纹的暗区，就像有一股神秘的力量在操纵它一样。

做双缝干涉的那个实验组基于他们的测量仪器、相关误差等仔细地计算了电子的波函数。实际的运算要比费曼书中考虑的理想化计算要复杂、冗长。测量成千上万个电子在屏幕上的位置之后，他们将结果与量子力学的预言比较。屏幕上展示的正是前面我们说到的条纹图案而不是随机的点。实验组最后简洁地评论道：“我们看到的结果正是量子力学所预言的。”他们艰辛的努力是值得的。

---

1. 马克斯·普朗克得到的谐振子的能级稍微有点差别，与之不同，尼尔斯·玻尔用他自己的力学模型得到的氢原子能级是完全正确的，大约12年之后才有波函数的概念。
2. F=ma，其中m是物体的质量，a是它的加速度，F是引起物体加速的净外力的大小。
3. 数学上描述波通常包括正值和负值，分别代表波的高度在x轴的上方或者下方。但是概率却不能为负值：它们是0和1之间的实数。更糟糕的是波函数通常包含虚数，如-1的根号。因此波函数的数值不能等价于概率。正确的数学描述是这样的：“概率密度等于波函数和它的复数共轭相乘。”我会简化为一些惯用语，例如，“波函数得出概率”。
4. 关于这个实验可参考《费曼双缝干涉实验取得重大突破》（“Feynman’s Double-Slit Experiment Gets a Make over”）这篇文章，Physicsworld.com,March 14,2013,其中还有相关的视频，参考网址：http://physicsworld.com/cws/article/news/2013/mar/14/feynmans-double-slit-experiment-gets-a-makeover。

第6节　见证奇迹的时刻

如果见证单独的电子逐渐在屏幕上绘出条纹图案是一段让你不安的经历，那么将其解释为波函数塌缩会让你更加困惑。为了帮助理解，我们仍将电子枪类比于一杆真正的枪。子弹从枪膛发射出之后以不变的速度运动，最终击中目标并且停下来。同样地，电子的波函数也根据量子力学的规则向前传播，最终突然改变它的特性转变为屏幕上的一个斑点。虽然这两种情况有相似的地方，但是它们的不同之处也是显著的，只是现在还不能明显看出来。

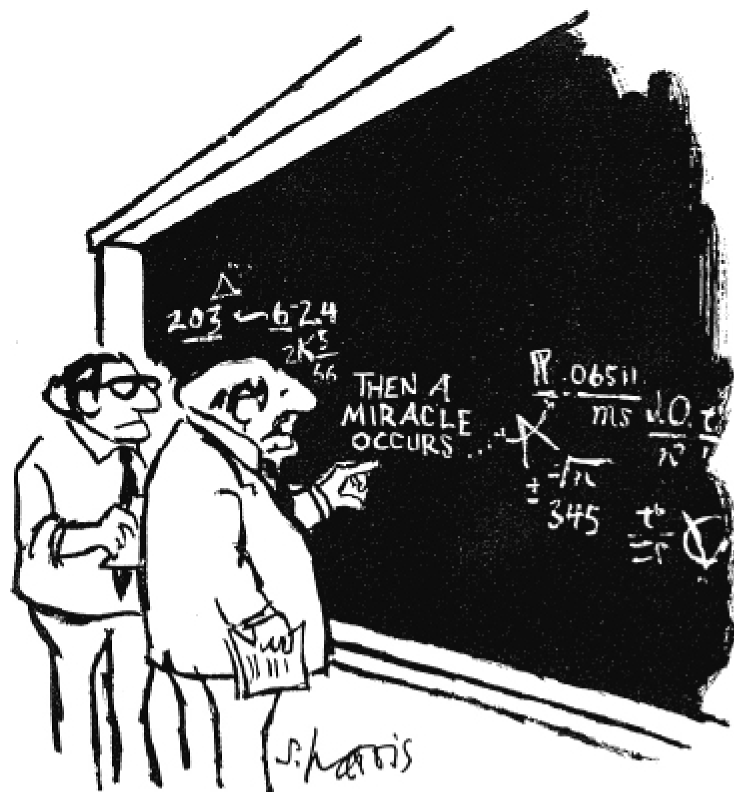
子弹在任意时刻都是严格遵循牛顿运动定律的。

而电子则表现得有些反叛。在电子碰撞到屏幕之前，它的波函数随时间演化，像平静湖面上的涟漪一样扩散。它的演化由量子力学的运动定律决定。相应地，在某特定点找到电子的概率也在空间中迅速扩展开。但是，当电子在屏幕上停止的时候，描述它的波函数也会立刻、彻底地改变它的特性。波函数塌缩了，同时概率也转变为（几乎完全）确定的信息——电子的位置。塌缩的过程没有任何规则、规律。它确实发生了。波函数塌缩的原因及方式自从90年前量子力学诞生开始就一直是物理学家争论的话题。

量子力学的创造者在试图解决波粒二象性的谜题时，被迫采取折中的方式。通过引入波函数，同时将它与概率联系到一起，他们成功地把波动行为和粒子行为统一起来，但是他们不得不为此付出代价。他们必须要放弃一个从牛顿到爱因斯坦一直根植于经典物理中的信念，即任何物质的粒子都遵循同样的运动定律。事实证明，一个电子的波函数并不服从子弹所遵循的运动定律。相反，波函数遵守下面两个不同的定律：

（1）只要电子离开电子枪并且没有被观察到，那么它的波函数将是光滑的、连续的，且是可以被预测的。它就像飞行中的子弹或者湖面上的涟漪一样遵循着特定的数学方程演化。

（2）当电子在屏幕上留下斑点时，这就暴露了它的行踪，那么波函数将立刻“塌缩”到一个新的、集中在碰撞点附近更紧凑的形式。



"I THINK YOU SHOULD BE MORE EXPLICIT HERE IN STEP TWO."

图1.12

无与伦比的科学漫画家西德尼·哈里斯（Sidney Harris）[注]在他的卡通画“奇迹”中恰巧准确地描述了类似的情况。我倾向于想象着图中两个物理学家正在讨论量子力学。

波函数的塌缩不仅是空间上“塌陷”到有限区域，而且更一般地指可能性到确定性的转化。不仅是位置，就连能量、速度、运动方向以及其他量子粒子的属性都是概率性的，而且随着波函数的传播而变化，直到我们做了测量之后，相应的量才会固定在特定的值。你要知道，在经典物理中这些物理量是确定且唯一的。量子力学中可以找到很多例子并不是这样。例如，电线中描述电流的波函数可以在向前的同时也向后流；一个分子可以同时有不同的几何结构；放射性粒子可以同时地衰变和稳定。我们或许会问，在这些可能的状态中，它们到底处在什么状态？实际上，只有我们问了并且知道了这个问题的答案之后，它们才真正处在某个特定的状态。

科学中并不应当存在奇迹。然而，偶尔有奇迹试图渗透到科学思维中，真的就那么奇怪吗？毕竟世界呈现给我们如此之多的未解之谜。只是聪明的人们并不称之为奇迹。牛顿的万有引力定律就是一个极好的例子。

设想你手中拿着一个苹果，然后松开手，苹果就会落向地面。为什么会如此？它留在原处不动不是更自然吗？如果你是一个飘浮在外太空的宇航员，那么苹果确实会如此——悬浮在你面前。但是在地球上，它却会下落。

牛顿解释道，这是由于地球在施加一种神秘的力，他称之为引力，这种力会吸引苹果并且将它不可逆转地拽向地面。这些看不到的触手是什么？它们是真实的还是我们想象的？它们由什么组成？我们又能否操控它，使它中断？如何阐明它们的本质？

通过推广他的定律，牛顿化解了这些谜题，他声称包括苹果、地球等在内的所有实物之间都会相互施加吸引力。正是这些力使月球保持在它的轨道，使地球围绕着太阳转动，使你我不至于飘到外太空。这被称之为万有引力，它是超距作用最好的例子。

但是超距作用是完全不合理的。生活常识告诉我们，直接的接触才产生力。想要移动一个椅子，你必须要接触它，不管是直接用你的手，还是间接用棍子或者绳子。棒球在接触到球棒时才会改变运动方向，声音和热的传播也是通过分子振动附近的分子，然后将运动形式链式传递下去。光子携带着光或者无线电波从发射源到接收器。微观上看，即使像前面提到的推动椅子产生的接触力，最终都可以解释为电磁相互作用，通过点对其附近的点的扰动传播。而超距作用却与这种普遍存在的现象不一致。这只是给奇迹披上了“自然定律”的外衣。

假如超距作用存在，考虑下你自己对宇宙的影响吧。根据牛顿的理论，当你向前移动一步时，宇宙间任何的粒子，地球上的任何人，每一个行星和恒星，不管它们离你多远，都会瞬时感受到引力的变化。仿佛不需要传递任何信息，你身体的变化都会瞬时影响遥远物体。

当然，牛顿也意识到自己的定律也不像是真的。在万有引力定律已经被尊称为伟大的自然定律之后，牛顿收到了一封质疑超距作用的信，在回信中他写道：“那些没有生命的物质，不通过一些非物质的中介，可能对另外一些没有接触的物质产生影响。这让人难以置信……引力应该是物质固有的、内在的属性，是其不可缺少的一部分，所以一个物体可以（通过）真空作用于远处的另一个物体，而且中间不通过那些可以使力或作用相互传达的媒介。这对我来说是如此荒谬（重点强调），我相信任何一个有哲学思考能力的人都不会赞成这样的观点。因此引力必然是通过遵循特定定律的中介的持续作用引起的，但是关于这些中介是物质的还是非物质的问题，我就留给读者思考了(注)。”

牛顿将他对物理学最伟大的贡献称之为荒谬的言论！1666年左右，24岁的牛顿发现了它。他生命的那段时间被认为是他的奇迹之年，这并不是因为超距作用是一个奇迹，而是因为那一年，牛顿的创

造力达到了顶峰。同年，他还发明了微积分，也成功地将太阳光分解为彩虹的颜色。

提出万有引力25年之后，牛顿非但没有因为不合理性而放弃超距作用，反而一直在为它的有效性辩护，但他也承认它是十分费解的。他已经计算出了引力作用的定律，但是仍不明白其物理意义。作为一个虔诚的信徒，他私下将引力的作用归因于上帝，但是却明智地将这个问题留给他的读者让他们自己下结论。他以简洁的数学公式描述了奇迹，却无法解释它。

然而，从1666年到1916年，万有引力定律权威统治了两个半世纪，直到爱因斯坦发现了引力的本质。诚然，中间这些年出现了无数种用复杂的力学模型来解释引力的尝试，却没有一个在实验或者数学上站得住脚的。250年间，物理学家以牛顿的万有引力定律为基础做出了很多奇妙的预言，范围遍及海洋潮汐、地球扁平的形状，甚至日食以及彗星出现时间。这么一个“荒谬”的定律却取得了巨大的成功，以致其他与引力无关的物理现象也模仿了它的数学结构，如电磁力。

爱因斯坦反对超距作用，不仅仅因为它与我们的常识违背，更重要的是和狭义相对论矛盾。1905年是爱因斯坦的奇迹之年，他提出任何物体、信号、信息的速度都不能超过光速。超距作用却以无穷大的速度穿越空间，根据狭义相对论这是不可能的。因此爱因斯坦自己发展了一套引力理论，我们称之为广义相对论。广义相对论展示了空间如何以自身为媒介通过邻近的相互作用将引力传送到远方。和超距作用相反，这被称之为定域作用，因为空间中某点只会影响它附近的点，而不是远处的点。这样一来，如果你向前移动一步，你附近的空间会稍微弯曲一点，通过邻近点的作用，这点扰动向外以光速传播，到达世界某个遥远的地方，穿过太阳系，穿越银河，传向宇宙的深处。250年之后，万有引力中的那些奇迹最终被更复杂但也更明确的理论取代了。

牛顿那些值得尊重的旧理论成为这个新理论在某些极限条件下的近似。虽然它仍是一个非常有用的近似，却已经不具有基础意义。这类似于，虽然物理学家知道固体、液体、气体都是由原子组成，但仍以连续的物质近似地处理它们。

波函数塌缩也是一种超距作用，因为这也包含着在某一瞬间任意大的空间区域的突然变化，它和牛顿引力一样让人费解。但是犹如牛顿的引力一样，波函数塌缩也证实了它的价值，这也让它成为科学正统。绝大多数的物理学家都将量子力学视为已被证实的事实，例如，叠加原理、概率解释、波函数塌缩等。他们在计算和观测中获得了成功，并说服自己："自然就是如此运作的！"只有个别人会认真考虑这个哲学的谜题，并试图解决它们，这类人现在也在慢慢增多。这些勇士最核心的目标就是明确量子定律的第二步，也就是波函数塌缩。它涉及从概率性到确定性这一令人费解的跳跃。

---

1. 图1.12由西德尼·哈里斯绘，"我想你应该在第二步中更显稳重"，版权归Sidney Harris，sciencecar-toonsplus.com所有。
2. 艾萨克·牛顿给理查德·宾利的信，给宾利的信，1692/3，与宾利的第三封信，1693年2月25日，引于理查德·宾利工作，The works of Richard Bentley,ed.A.Dyce,vol.3(London,1838;repr.,New York:AMS Press,1966),212–213。

第7节　量子不确定性

和爱因斯坦的质能方程$E=mc^2$以及薛定谔的猫一样，沃纳·海森堡（Werner Heisenberg）提出的不确定性原理已经成为大众文化的一部分。不管是汽车贴“海森堡可能睡在这里”，还是电视剧《绝命毒师》（*Breaking Bad*）中的现代版“化身博士”沃特·怀特的别名“海森堡”，海森堡的名字已经代表着量子物理对昔日的确定性的否决。但是将他提出的原理解释为“任何事物都是不确定的”是人们经常犯的一个肤浅的错误。比这个错误更严重的是海森堡自己的一个过失。不确定性原理有时候也被称为海森堡原理，可以看作是从波函数严格、完美推导出来的数学定理。它表明一个粒子的位置和速度不可能同时完全地确定下来：位置越精确，速度就越不确定，反之亦然。其他的变量对如能量和时间也遵循类似的规则。但是海森堡对这个数学定理的解释却是有瑕疵的。

海森堡给出的定理并不是精确的。虽然它在精确地计算中并没有用，但是它可以作为一个非常有用的经验法则。在原子系统中，在通过完整的理论给出最终的结果之前，该定理可以很快给出大致的估计。例如，不确定性原理可以解释为什么量子谐振子的能谱中会有一个最低非零的能量。假设，相反最低能量是零，所以你就可以确定谐振子的速度和偏离位置都是零——谐振子没有振动，弹簧也是松弛的。但是这就违背了不确定性原理，所以上述情况一定是错误的。如果谐振子遵循量子力学，那么它就必须轻微振动，这样位置和速度也就在变化，因此在一定范围内是不确定的。基于不确定原理，甚至可以不严格地证明量子谐振子的最低能量不是零而是$e=hf/2$。然而在通过认真计算波函数得到相应的结果之前，你并不能相信这些估计。

经典物理中那些子弹、高尔夫球都有确定的位置、速度及运动方向，不确定性原理与这些明显是矛盾的，海森堡试图给出隐藏在数学表达式后面的物理本质。这并不是他擅长的，与现实、偏直觉的亚里士多德般的论证相比，他更喜欢那些抽象、偏数学化的柏拉图式思考。虽然如此，他还继续从实践的角度用通俗的语言阐明了不确定性原理，他的解释似乎使包括我在内的好几代物理学家都深深信服。不过现在我们相信，虽然不确定性原理本身是正确的，但是他的论证则是有误导性的。

海森堡认为量子不确定性起源于测量对被观测的物体的影响。他提出了一个巧妙的理想实验，被称为海森堡显微镜。考虑一个运动的电子，为了完全确定它的位置，你必须抓到它，碰到它，或者让它反射光，至少要用一个光子与它相互作用才能得到它的位置信息。这个与它碰撞的光子反过来也会使电子的位置或者速度改变。因此当这个被反弹的光子帮助我们探测到电子位置的同时，观测的另一个结果就是改变了电子的速度。更细致地研究这个理想实验，海森堡最终可以给不确定性原理一个貌似合理的物理解释。

他所涉及的应该被称之为观测者效应，这种现象很容易理解，也是实际存在的。即使不在量子力学中你也可以找到测量对被观测的物体产生影响的例子。化学家早就知道在灌满热水的罐子里插入一个室温温度计会使热水的温度降低。律师也都清楚他们问问题的方式会影响最终的答案。人类学家也小心翼翼地使他们的研究对象尽量不受研究本身的影响。最坏的情况是一次测量甚至完全破坏了被观察的物体，例如，验尸可以确定死因，但是尸体本身也已经被破坏掉。

在海森堡提出不确定性原理之后的90年间，物理学家才慢慢意识到它既不依赖于物理测量的反作用也不取决于测量仪器的精密度。事实上它有更深层的原因，它是由物质的波的本质决定的，我们经常用波函数来描述这一本质。经典的波也会显示出固定的持续时间和能量

的倒数关系。设想海面波动后形成一串涟漪。如果这串波只是有几个周期，每个周期都有波峰和波谷，你可以通过测量时间来确定它的频率。整个涟漪的长度和持续时间很长。另外，如果这串涟漪只有一个孤峰，它的长度和持续时间可能比较短，但是你不能定义它的频率，因为这至少需要一个完整的周期。而你最多只能把这个孤立波当作很多不同频率的波叠加后的结果，这些波恰好在孤立波的最高点附近达到它们的波峰。经典波的规则意味着波持续的时间越长，它传播的频率就越低，反之亦然。

不仅是水波，声波也满足类似的持续时间与频率的倒数关系，我们在听一场交响音乐会时就能感受。单簧管持续很久的A调有一个单独的、明确的音高或者频率。相反，钹碰撞时间通常只有几分之一秒，却没有可辨识的音高。事实上，印刷版的简谱上对打击乐器是用特殊的记号而不涉及音高，这是因为碰撞产生的音高是没法定义的，而持续时间则可清楚表示。

对于一个不稳定的粒子来说，普朗克—爱因斯坦方程$e=hf$使经典波的持续时间与频率的倒数关系转变为粒子寿命与能量之间的不确定性关系。需要再次强调的是，和推导波函数时一样，普朗克常数仍是连接经典与量子的纽带。

双缝干涉实验是说明不确定性关系最好的例证。它展现的是电子波长和路径信息之间的不确定性，这里的路径信息指的是电子到底通过了哪一个缝。波长可以很容易地从仪器的尺寸和干涉的图案得到[注]，而路径信息却很难得到，除非利用极端的方法。如果你把其中一个缝遮住，你知道电子只能从另一个缝通过。但是当你这样做时，干涉条纹以及由它产生的波长的证据就消失了（当然它会消失，毕竟，它是由两列波干涉而形成的）。对电子路径信息的测量是如此具有极端破坏性，以至于这种方式完全禁止了另外一条路径。因此这里的不确

定性也是极端的，我们能确定的要么是波长，要么是路径，却不能同时将两者定下。

正当物理学家越发深入地理解不确定性原理时，新的技术使他们找到新的方式来操作单个粒子，正像前面提到的费曼实验一样，以前的许多理想实验也有望在实验室中变为现实。双缝干涉实验中的不确定性分析正是如此，他们可以同时得到波长和路径信息，而不是像以往一样只能在极端的情况下实验。还远不只如此，21世纪初这类实验新版本也明确地证实了海森堡是错误的：量子不确定性并不是观测者效应。

这个实验的独特创新点是使对路径的观测机制分开足够的距离，以确保观测不会直接干扰到观测粒子——他们实验中用的是光子(注)。光子一旦通过双缝，便会被立刻送入一个特殊的晶体，该晶体可以使光子自发产生两个等同的（或者互补的）新光子。它们两个各有用途，并沿着相反方向传播：一个被称为信号，它将贡献屏幕上缓慢形成的干涉条纹，另一个起到目击者的作用。每一个信号光子都有其对应的目击者。

目击光子在原来的光子通过双缝之后到达它最终的目的地，这也解释了为什么该实验被称为延迟选择实验。通过不同的标准方式安置的光学“魔法”镜，能够确定原来的光子到底是通过了哪个缝，或者完全不知道从哪个缝过来的。

通过这样的布置，信号探测器通过广泛的扫描就可以探测到成千上万的光子。这些被探测到的信号光子对应的就是旧式双缝干涉实验中屏幕上的点，只不过这里每一个信号光子都有它相应的目击者。这样，实验者就可以选择性地处理数据。第一种情况，从所有收集到的数据中，他只选出目击光子没有泄露路径信息的信号光子，并画出信号探测器的位置（对应之前的屏幕上的点），他会发现期待中的条纹

状图案。事实上，这种情况相当于他重复了一遍1803年托马斯·杨做的实验。第二种情况，他也可以选出那些目击光子透露路径信息的信号光子，这时就不再会有条纹出现。但是这两种情况下，双缝都一直保持敞开。

实验结果所包含的信息是十分清楚的。作为目击者的探测器离得如此远，以至于它不可能影响双缝附近发生的事情。和把其中一个缝堵住不同，条纹的消失不是因为观测路径引起的力学效应。简而言之，不确定性原理不是观测引起的效应。

从海森堡的显微镜到将不确定性原理解释为波函数基本的、普遍的历程，使人想起量子力学历史中其他类似的情况。普朗克建立的发光物质的力学模型引出了波粒二象性，进而由波函数解决。一个纯粹数学上的波函数加上相应的概率解释替代了玻尔力学的氢原子模型。两种情况都显示一个力学的、容易想象的描述是不充分的，它们最终都会由抽象的数学描述替代。

抽象是成熟的标志之一。儿童开始只是通过算账来学习关于钱的知识，但是后来他们的理解扩展到一些抽象概念，例如，成本、价格、贷款等。从社会角度来看，正义的概念从简单的、个人的“以牙还牙”的原则发展到复杂的、抽象的法律系统。在物理中，成熟意味着摆脱切实的力学模型转向数学的抽象概念（拉丁语中的抽象*abstrahere*，意为使脱离）。但是抽象万不应该与复杂混淆。一个概念可以抽象，但是它无须复杂。

---

1. 波长≈xd/L，其中x是干涉条纹的距离，d是两个双缝的距离，L是双缝到屏幕之间的距离。

2. Bram Gaasbeek,“Demystifying the Delayed Choice Experiments”,July 22,2010,http:www.arxiv.org/abs/1007.3977.

第8节　最简单的波函数

对大多数人类活动来说，“从简单开始”是一个很好的忠告。即便在科学中也是如此，尼尔斯·玻尔从最简单的氢原子开始研究而不是更复杂的其他原子；量子力学也只是在最简单的谐振子上获取经验。因此，我们这里也从最简单的波函数开始。这个例子不涉及数学方程，而是以栩栩如生的符号出现，并且它将展现出波函数四个基本的特性：叠加、概率、离散和塌缩。在后面我们探讨量子贝叶斯的含义时，这个例子依然很有用。

即使最简单的原子也拥有错综复杂的结构，这里我们只考虑基本的、不可分割的粒子。之前我们已经遇到过两个：光子和电子。光子不能用简单的语言描述。在真空中它们总是以光速传播，而观测并不能使它减速或者停止。当它们被探测到时，也就意味着它们消失了。波函数和通常的量子力学已无法描述光子幽灵般的行为，物理学家必须用更复杂的方式。而电子却如同弹珠一样，我们可以使它减速、停止，也可以轻易地储存它、检测它，甚至操纵它。因此电子和我们的日常经验更接近。另外，电子不仅是包括我们身体在内的各种物质的必要组成部分，而且作为能量（电线中）和信息（计算机中）的载体使我们的生命得以维持。电子是我们探测微观世界再合适不过的工具了。我们一般用位置、速度、质量或者重量以及电荷等来描述电子。另外还有两个其他相关的特性，其中一个是它围绕自身的转动，称之为自旋，另一个是磁性[注]。电子就像微小的磁棒或者缩小版的指南针一样，拥有稳定的、可精确测量的磁场强度。量子力学准确地预言了这一强度，并且让人难以置信的是精度高达十亿分之一（这大概是你拇指宽度与纽约到夏威夷距离之比）。

上面所列举的电子特性也适用于球形的、带电的塑料球。当这个球围绕着自身的轴转动时也会像一个磁棒一样。因此我们倾向于把电子想象为缩小版的地球。它比地球要简单得多，因为电子是完美的球形，此外它的自旋轴和磁轴是重合的（和我们生活的地球不同，一个旋转带电的塑料球的磁轴也是穿过它的两极的）。但是量子力学不只是微小物质的经典力学，仔细研究电子会使我们逐渐发现新大陆。

你是否注意到之前我们列举的电子特性里面包括电子的质量却没有提它的尺寸？电子到底有多大？或者说有多小？令人惊讶的是不管多么精确、复杂、昂贵的实验都不曾测到过电子的尺寸。说的更确切些，一旦理论学家给电子设定一个很小的半径，很多预言都会出现问题，包括我们前面提到的高精度的电子磁场强度。最好的假设就是电子的半径是零，这样理论预言才能和实验测到的结果一致。根据我们现在的知识，电子可以严格当作点粒子。当然也许未来有一天我们发现电子确实有下层构造，相应的也有半径，但是迄今为止，这只是主观猜测。所以我们就干脆把它想象成一个没有大小的粒子吧！

可是问题来了，一个点粒子怎么可以围绕自身的轴旋转呢？一个点可以围绕着另外一个点转动，但是一个点围绕着自身转动就讲不通了。自旋意味着物体不同的部分绕着穿过该物体的某个轴运动，但是一个点，它根本就没有不同部分，不可能自旋。把电子当作旋转带电的球是一个不可靠的力学模型。自旋这个词如同玻尔的氢原子模型一样，是很有误导性的概念。不幸的是，我们只能被迫接受相互矛盾的结论：电子有自旋和磁场，却没有体积大小。

在发现波粒二象性时，我们试图将宏观世界的概念强行应用到量子的微观世界出现了很多问题，这里再次出现了同样的情况。我们不得不用更丰富的想象力才能使自己内心得以平静。也许我们可以类比《爱丽丝梦游仙境》中常露齿嬉笑的猫的遭遇。随着它的身体渐渐模糊并最终消失，这只猫只留下了它的露齿笑。这促使爱丽丝察觉到她

经常见到一个不露齿笑的猫，但是从来没遇到过露齿笑的猫。电子就像越来越远的转动的球一样，越来越小直到最终消失，但是自旋仍在。

自旋还有更多的谜题。电子的自旋不像小球一样可以随意减速或者加速。它有一个固定的大小，而且和无处不在的普朗克常数相关。

为了查明电子内在的指南针（相应的自旋轴）到底指向哪里，你可以把它放到一个普通冰箱磁贴的北极附近。电子会排列好，并且它的磁场的南极将指向磁贴的北极。你可以把电子翻转，使它指向相反的方向，就像你用手指推指南针一样，但是你必须要消耗一定的能量才能做到。

一个普通磁棒的磁场强度和方向是可以随意变动的，与之不同，电子的磁场强度是固定的，方向也是受限的。尤其是测量电子的自旋（相应的磁性）时，只有两个值可以出现。测量自旋的仪器都包含一个固定的外磁场作为任意选择的参考方向。奇怪的是，电子的自旋总是沿着选定的参考方向，或者与之相反。即使我们将它转向反方向，它也不会沿着与外磁场垂直或者呈45°夹角的方向。电子的磁性（或者自旋）经常用向上或者向下的箭头表示。当测量垂直方向的自旋时，它总是指向上↑或者下↓，而不会出现与垂直方向有一定夹角的情况。同样的，如果参考磁场的方向是水平沿着x轴的，那么电子将只可能指向左边←或者右边→。一个自旋球的自旋方向是任意的，而电子却只有两种。对自旋方向的限制正像对谐振子或者原子能量的限制。这也让我们联想到一个长笛的音高限制。

如同其他描述原子世界的变量一样，自旋也服从不确定性原理或信息权衡。如果你准备一个自旋指向上的电子↑，然后测量水平x轴方向的自旋，那么结果是随机向左←或者向右→。相反，如果你知道电子自旋是向右的→，沿垂直方向测量，那么最后结果向下↓或者向上↑也是随机的。

我们已经到达量子力学的核心地带。自旋遵循着特殊的规律，虽然在被费曼称之为“量子力学之谜”的双缝干涉实验中并不起作用，但是它仍是一个不可思议的事情。

实验中所涉及的电子的波函数通常包含两部分。“外部”波函数主要涉及电子在空间的运动，例如，我们之前遇到过的在原子中的电子，或者从电子枪到屏幕，通过双缝的电子都属于这一类。另外，电子还有“内部”波函数，它只处理电子自旋。一般在计算中，这两部分波函数总是交织在一起。但是我们可以将两部分区分开，忽略外部波函数，而只关注内部波函数。这样我们就达到了我们本节开始提到的目的：最简单的波函数。

外部波函数可以在三维空间中散布开，在空间任意点的值都对应着在该点发现电子的概率。与之不同，自旋波函数并不生活在真实空间中。自旋波函数的发明是量子力学早期历史中里程碑式的事件，它是纯抽象的量子力学的构造物，与我们日常生活没有相似的地方。这意味着每一个电子拥有“双重性格”，只有在它的磁场或者自旋方向被观测时，它才会展现真实的自己。否则，它的双重性格就会一直隐藏在另一维度，和我们生活的空间没有什么联系。

我们往往无法看到量子力学所展现的神奇世界，并不是因为它们通常很小，而是因为它们中的一部分我们只能通过想象而不能通过常识来理解，电子自旋正是我们窥视这个神奇世界的锁孔。在众多爱因斯坦的名言警句中，其中最鼓舞我们的一个是：“上帝难以捉摸，但并不心怀恶意。[注]”暂且不管上帝，这句话告诉我们，虽然自然的秘密总是隐藏得很深，而且很难梳理清楚，但是最终都是可以用理性和想象力理解。每当自然呈现给我们一个明显的悖论时，它总是同时亲切地悄声告知我们解决它的线索。电子自旋就是它给予我们的线索：它让我们窥视到了量子世界的种种秘密。

自旋这个词很容易让我们联想到棒球或者溜冰者，在量子力学中是不恰当的用词，自旋波函数的两个可观测的态也不是必须被标记为顺时针或者逆时针。事实上，它们也可以被称为上/下、左/右、+/-、是/否、正面/反面、开/关或者黑/白，但是为了与计算机编码联系到一起，它们按照惯例被记为0和1。这两个数字就像页码一样只是方便的记号。

除了用于描述电子自旋或者磁场，自旋波函数在其他方面也大有用武之地，它可以用来描述任何具有两个组态的量子系统。这样的例子有很多，比如，分子两种不同的结构之间的转换，线圈中顺时针或者逆时针的电流，原子中两能级系统，光子水平或垂直方向的极化，放射性的原子核的状态，等等。最简单的波函数都能够恰当描述类似的系统。由于自旋波函数十分简单，在大学开设的量子力学初级课程中，它逐渐取代了费曼的双缝干涉波函数。

用表格的形式，电子自旋是用2×2的矩阵来描述的，这是最小的方阵（一个1×1的矩阵不应该被称为矩阵，它只是一个数字，而且并不能展示出量子叠加）。

和电子自旋相似的系统无所不在，因此它们获得了专有的名字。任何只有两种可能态的量子系统被称为一个量子位（qubit，英文发音为cubit）。英文单词*qubit*是*quantum bit*（量子比特）的缩写，而*bit*（比特）这个英文单词是*binary digit*（二进制码）的缩写。经典的比特（bit）表示一个可以取值0或1的量，是从拨动开关开和关的状态抽象出来的符号。而一个量子位是一个真实的量子力学的物体或者系统，它指代具体的事物而非一个符号。

但是要注意的是，量子位这个词与本书的主题量子贝叶斯理论（*QBism*）没有关系。有趣的是，英文单词qubit和QBism都有一个同音异意词cubit（腕尺）和Cubism（立体主义），它们分别指古时候一种测量长度的方式和20世纪初艺术的一个流派。不仅这两个同音异意

词完全没有关系，而且qubit和QBsim也是毫不相关。qubit和QBsim的第一个字母*q*意义是一样的，都是指*quantum*（量子），但是qubit的小写字母*b*指的是*binary*（二进制的），而QBsim的大写字母*B*则指的是Thomas Bayes（托马斯·贝叶斯），他是18世纪的一个牧师。有时候混乱的科学术语会产生一些奇怪的组合。

一个量子位的数学表达方式被称为量子位波函数（*qubit wavefunction*）。为了区分量子位和量子位波函数，本书中我将用斜体的量子位来表示量子位波函数。这种字体是为了强调两者的区别，因为在学术文献中柯日布斯基的警告经常被忽略[注]。

对于特定的实验系统，通常可以用球面上的一个点来代表量子位。球面上的任意点都对应着一个概率。不管实验测量的结果是什么，在球面的两个极点分别被记为0和1，在这些极端点之间则表示这两个值的混合或者叠加。例如，在球面赤道上的点对应的量子位表示结果为0的概率为50%，就像抛硬币时正面向上的情况。在北半球的纬线代表着实验结果是0的概率要大于1，在南半球则相反（见图1.13）。

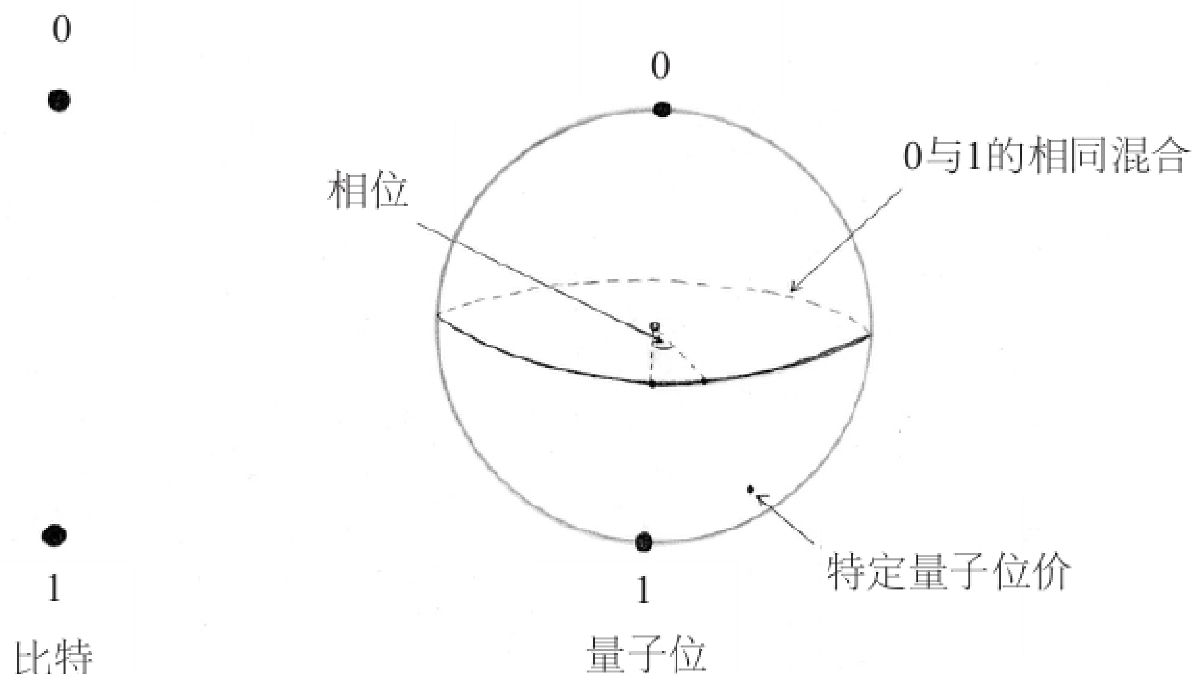


图1.13

和纬线不同，球面上点的经线并没有经典对应。这完全是量子力学的变量，代表着相位，对应着想象的抽象空间的角度。球面上两个相邻的量子位更倾向于干涉加强（两个波函数波峰遇波峰，波谷遇波谷），然而球体相互对立的两个点则干涉减弱（波峰遇波谷）。相位是效仿经典波，它最显著的一个特性就是叠加，量子力学最初就是由此受到启发，并在波函数中沿用了“波”字。

因此，这个量子位球面直观展现了叠加现象，以及相应的概率解释。除了两个极点，球面其他地方的点并不能预言出单次测量的结果。重复进行一模一样的实验将得到一串随机的0和1组成的数字。点所在的纬度则预示着0和1在这一串数字中出现的概率。

比较特殊的是两个极点，它们不是叠加的状态，没有相位，这反映了量子力学的不连续性。就像量子谐振子或者一个原子的能级是分立的、可数的，而非连续的，其他的很多测量结果的个数也都是可数

的。电子的自旋就是如此，量子位有两种可能的结果，极点代表确定的状态。总之，这两个极点组成一个比特（bit）。

或许量子位最引人注目的信息并不是我们看到的球面。它并不是一个电子的照片或者玻尔的氢原子模型。它存在于我们想象的三个维度中，而非我们现实的世界。这个球面的点隐含着实验测量结果出现的概率，但是当我们做出测量之后，系统将跳到0或者1。这种跳跃就是“臭名昭著”的波函数塌缩。

球面上的点可能一直保持位置不变，也可以沿着某条规定的路径移动。例如，设想在某时刻产生一个有辐射性的原子核，我们可以用量子位的值来表示该原子核的状态。如果它已衰变分裂或者发射出某种辐射，那么将之记为1，反之则记为0。最初球面上的点在北极点，对应着0。随着时间的推移，该原子核已衰变的概率也在慢慢增加，所以对应的球面上的点也将向下逐渐滑向南极点。不管怎样，只要我们不观测原子核，球面上的点也绝不会到达南极点。如果你确实观测了原子核的状态，那么你会发现它已衰变或者仍保持稳定。这时，量子位将塌缩到其中一个极点。未观测前球面上点的路径是可以通过量子力学精确地预言出来的，但是量子力学却无法解释瞬时跳跃回北极点或者向下跳到南极点的情况。测量之后量子位将限定在一个比特的取值0或者1，但是测量前它并不对应一个比特的取值。

量子位球的图像并没有解释叠加、概率、离散性或波函数塌缩，也不能展示它所代表的数学方程，但是它能够栩栩如生地展示量子力学最基本的要素。虽然它看起来和波没有丝毫关系，但我们仍称之为最简单的波函数图像。

---

1. 一般情况下一个物体的转动程度是由角动量衡量的，而角动量依赖于物体的质量、形状和旋转速度。让人惊讶的是角动量的单位和普朗克常数h是一样的，这一巧合也启发了玻尔建立旧的氢原子模型。

2. “Raff i niert ist der Herr Gott,aber boshaf t ist Er nicht”,Alice Calaprice,The Expanded Quotable Einstein(Prince ton,NJ:Prince ton University Press,2000),241.

3. 柯日布斯基为波兰裔美国学者，他发展了普通语义学。——译者注

第二章　概率

第9节　概率的烦恼

量子力学的规则在构建波函数的时候如同水晶一般给出了清晰的指示。有时，在解答的过程中也许会遇到数学和计算上的困难，但是物理学家很少对做什么有疑问，只有如何做才会让他们抓耳挠腮。最终，在一番辛勤劳作之后，他们得到了波函数，并准备将它应用在实验中。

理论和实验之间的联系最终被证明是概率：要么是波函数预测了各种可能结果的概率，实验室则提供数据来检验它；要么反过来，实验上测定的概率引导物理学家计算出相应的波函数，由此可能得到其他实验的信息，并对那些实验做出预测。初看上去，概率是如此基本以至于直观上看显得平淡无奇。几乎每一个足球队长都知道，在掷硬币的时候，出现正面的概率是多少？1/2或者50%。掷一对骰子时，摇到6点或者7点概率哪个更大？我们计算下可能的方式。一共有6×6=36种可能的投掷方式，但是只有少数几个方式产生6点和7点：（1，5），（5，1），（2，4），（4，2）和（3，3）与（1，6），（6，1），（2，5），（5，2），（3，4）和（4，3）。这两个概率分别为5/36≈13.9%和6/36≈16.7%，因此得到7点的概率比6点的概率大约高3个百分点，掷骰子赌博的赌徒也一定从经验中留意到了这一点。

简单来说，一个事件出现的概率等于想得到的结果的数目（举例而言，出现6点）除以所有可能事件的数目（如之前提到的36）。即使事件的数目不可数，这个公式也行之有效。例如，一个被蒙着眼的孩子向海报上投掷针，假设针落到海报每个区域的概率是随机的，那么她扎到海报上的一头驴的概率是多少呢？只要把驴的面积除以整个海报的面积就可以了。结果是分布在0和1之间的实数——一个合理的概率，以分数或者百分比表示出来。

这样计算出来的概率是理论上的抽象数字。在复杂的情形下，它们是如何相加或者组合在一起是纯数学分支中一个被称为概率论的学科研究的问题。这个理论处理的概率并不比欧几里得几何中细线、无维的点以及完美的圆更真实。概率论和欧几里得几何的抽象之处是否有现实中的应用不是一个逻辑上的问题，而是关乎实验和观测——这是一个科学问题。我们或许觉得抛硬币或者掷骰子是如此简单以致我们关于它们的直觉无须验证，但是就像生活中的许多事一样，真理往往妙不可言。面对惊喜最好还是提前做好准备！

考虑一个被称为方块工厂（*cube factory*）的悖论，它是由哲学家巴斯·冯·弗拉森（Bas van Fraassen）基于一些古老问题中类似的困惑而提出的（这个例子在量子贝叶斯框架下似乎特别恰当）。想象一个陶瓷工厂，它生产出一大堆小的陶瓷立方体，它们边长随机分布在0到1厘米。你随机捡起一块并且检测它，那么你所测量的立方体的边长介于0到0.5厘米的概率是多少？一个非常诱人的答案是0.5，因为期望的结果区间正好是所有可能的区间的一半。但是，等等！注意到，立方体的每一面的面积都是在0到1cm^2。那么，在你手上它的一面测量的结果在0到0.5cm×0.5cm或0.25cm^{2}的概率是多少？既然0.25是总的分布区间的1/4，那么你的立方体落入这个区间的概率也应该是“1/4”。情况会变得更糟糕。如果你测量的是立方体的体积而不是边长或者一个面的面积，体积的变化则从0到1cm^3，然后问题就变成：你测得0到0.5cm×0.5cm×0.5cm=0.125cm^{3}的概率是多少？答案是“1/8”。对于同一个简单问题却存在三个不同的答案，这就是我们要说的悖论。那么哪一个是正确的呢？

从数学上来讲，这个问题没有答案。在现实情况下，通过考虑实际生产过程，或许能挑出其中一个答案。在机器内部的某一部分一定存在着一些随机的过程。是否有一个卡尺在随机地测量0到1厘米？如果是这样，那么第一个答案是对的。或者是一个天平在称量黏土的重

量？使相应的体积在0到1立方厘米随机分布，而这团黏土随后会被塑造成一个完美的立方体。在这种情况下，第三个答案是对的。或者说这个随机化也可能以另外一种不同的方式发生，相应地也就产生了冯·弗拉森问题的第四个答案。

方块工厂给我们强有力的提醒：概率是一种非常尖锐的数学工具，在现实应用它时，需要倍加小心。

不仅仅在逻辑和数学中，就连自然本身也会产生出惊奇的事情。考虑两个球，被画成白色和黑色，分别被随机地存储在不同的壶中。只有四种方案去分配它们：（白黑，0），（白，黑），（黑，白）和（0，白黑）。发现两个球在一个壶里面的概率显然是2/4或者1/2。这种决定概率的方式是数个世纪以来标准的计算方法，而且看上去非常明显。在划分两个候选人的选区或者计算出扑克牌的胜算时它也是非常有效的方法，但是在量子世界中，它则被证实是错误的。

光子并不像壶里面的球。它们表现了量子力学的另外一种特性，这种特性在现实中是不曾见到的：相同频率（相同颜色）的光子彼此是完全不可区分的。新的硬币看上去彼此相似，但在微观尺度，它们高低不平的表面很容易被区分。即使在我们当前技术能分辨的层次上硬币是一模一样，不论它们去向何方，它们在穿越时空的时候总可以被追踪到并且以此去区分它们。硬币可以根据它们的历史还有它们的样子去区分，“这是美分A，另一个是美分B”通常是正确、可靠的说法。然而对于光子来说，却无法那样去标记它们。一旦彼此靠近，它们将表现出波的特征，叠加在一起，然后失去原来的特点。与硬币不同的是，它们在根本上就是不可区分的。

以两种不同极化方式（相当于经典例子中的壶）分布，用两个星号代表光子，分配两个全同光子的可能方案是（**，0），（*，*），（0，**）。现在，发现两个光子在同一个极化态则由1/2上升到2/3。这一变化看上去并不多，但是当我们在现实应用中重复数万亿次时，

它从根本上改变了光子的统计。印度物理学家萨特延德拉·纳特·玻色（Satyendra Nath Bose）率先得到这种非同寻常的计数方式，通过研究光子而非假设的谐振子，他成功地重新得到普朗克辐射定律。作为创造光子这一概念的人，爱因斯坦也惊讶于这种计算并对它印象深刻。他确保其他物理学家都知道了玻色的结果，之后他将玻色统计方式推广到有质量粒子。80年后的2001年，诺贝尔物理学奖授予了由若干原子展示的玻色—爱因斯坦统计的实验观测。

电子同样彼此不可区分，但是它们遵循第三种统计方式，与传统的版本以及玻色的版本也不一样。电磁表现出与光子相反的特性。光子倾向于彼此挤在一起，而电子则尽可能彼此分离。如果两个壶替代为原子中的能态或者两个自旋相反方向，量子力学中一个被称为不相容原理（*exclusion principle*）的规则禁止两个电子占据同一个状态。因此，态（**，0）和（0，**）是严格被禁止的，只有（*，*）是被允许的。如果这个规则被突然之间神奇地终止了，那么原子中所有的电子将落在最低能态，化学品之间的区别将因此而消失，所有的物质将会塌缩。

计数方式的两个简单改变，修改了潜在的概率，接下来决定了粒子的量子统计以及导致了物质和辐射行为的深远结果。事实上，这个结果不仅仅深远——它们关乎存在。没有玻色—爱因斯坦凝聚或者不相容原理，我们所熟知的世界将不复存在。

试图按照你对大理石的分类方法对基本粒子进行分类，同样会引起不恰当的问题，而在之前我们就遇到的波粒二象性以及旋转点的概念，现在再次发生了。基本粒子并不按人类常识期待的那样表现。

当量子物理学家第一次引用概率时，像方块工厂或者粒子统计这些理论和实验上的惊奇之处应当引起他们足够的注意，但是他们并没有注意。尽管这么去思考事情更加周密，但他们并没有这么做，部分原因在于物理学家对哲学的猜疑，甚至接近于蔑视。事实上，概率不

仅是生活常见的、每天都会涉及的概念，甚至小孩子都会用到，而且也是多个世纪以来学者争论不休的学科。在任何情况下，不论是什么原因，当理论和实验最终相匹配的时候，量子物理学家降低了他们的防备，放弃了他们批判性的才能，并且想都不想地附和长盛不衰的概率的定义——“期望的样本除以所有的样本”。

因为它是基于计算事件出现的次数，在这种解释的情况下，概率的含义被称为频率概率。从19世纪中期到20世纪上半叶，它已经被发展成严格的数学定律，并且在学校中作为一种不证自明的真理去教导。它被定义为数字的比例，并且在观测中也可以做到，频率概率呈现出一种客观的样子。掷硬币中的50%概率展示了硬币真实且内在的属性，如同质量和尺寸一样是可测量的属性。

但是即使最坚定的频率学家也并没有走得更远。他们宣称客观的特征仅仅是从一系列掷硬币的过程中得到的，而不是来自一次对硬币的检验或者一次投掷行为。他们对概率的定义被发掘出来都类似如此：“在大量掷一个两面平衡的硬币时，正面的概率是50%，所以投掷出正面的概率接近1/2。”但是数学家并不满足于模糊的字眼，如大概、大约、近似于这些词。因此他们假设一个无穷次的掷硬币过程作为替代。相应的，正面出现的概率达到了50%，因此概率是1/2。不幸的是，这种假设同样失去了它的客观性——它是假设且实验上并未验证。

频率概率所面临的另外一个问题是公平（*fair*）这个词。有必要做出如下假设：硬币是完美对称且每一次投掷的行为是完全一样的。事实上，这是一桩美事。假如在每一次都非常仔细地完全一样地掷硬币，就像假设的那样，至少在牛顿的经典决定性世界中，结果总会是一模一样的。没有正面和反面的随机序列，那么掷硬币也不会遵从概率论。因此实验处理的是关于硬币和掷硬币的有限信息——有限到允许一些变化但是还不足以阻止如定律般的统计规律的出现。

正经的数学概率学家面对这些担忧往往选择隔岸观火，并且只是假设概率有些精确的数字（如假设的掷骰子中的1/6）并且把无限次执行当作原始的公理，以此把现实世界中的应用留给了赌徒、民意调查专家、医药统计学家以及物理学家。数学家对凌乱的现实应用避而远之。明知道一个硬币不可能被掷无限次，数学家还是精确定义了它并使之成为一个公理，然后证明他们关于完美的硬币、无偏的掷硬币以及无限耐心的定理。但是物理学家没有这么奢侈。

概率的频率解释中最有成效的一个原理也是最有效地将数学和现实世界经验分开的一个原理。它声明概率用于多次实验而对单个实验或者事件只字未提。对频率论者来说，“单个事件”概率是毫无意义的，就如同对一个单独的数字讲“差值”或者对一个孤立粒子谈“吸引”。

无法理解这一限制就会得到赌徒谬论（*gambler’s fallacy*），这是学校老师最担心被问到的问题。硬币已经出现正面100次之后，出现反面的概率肯定高于50%，因为出现101次正面是极其不可能的事。特别是，赌徒谬论暗示掷硬币、摇骰子、发牌、转轮盘已有的结果（大量的结果可以定义概率）对下一次的结果毫无预测能力。这个规则被灌输进学校孩子的脑中，并被当作广为接受的智慧。

频率概率对于物理学家在处理精细控制下的多次实验时是有帮助的，但是它排除了概率与我日常所见的单个案例的概率的相关性。在频率概率论的框架下，诸如“今天下午有30%的概率会下雨”“牛奶可能变坏了”和“她也许喜欢我”，是毫无意义的。

这里有一个故事可以凸显出课本上的概率论和日常经验所用的概率之间存在的巨大鸿沟。在朋友的陪伴下，你进入了一个礼堂，在台上，一个赌徒正在掷硬币并且邀请你加入。“我和你打赌一块钱，结果是正面，”他说道，“正面的话你给我1元钱，反面的话我给你1元钱。就是这么简单！”相信赌徒谬论，并且想体验一把刺激，你觉得有必要

试试运气。但当你张嘴准备说话的时候，你的朋友在你耳边耳语说："前100把他扔出来的都是正面！"

那么问题来了：下一步你怎么做？请不要把这个故事变成一个枯燥的教科书问题：硬币是否有偏差？你的朋友得到的消息是否有谬误？这个赌徒会不会出千？仅仅让这些流于表面吧，考虑下什么会真实发生。请竭力去把它想象成现实中的含混之处和不确定性。对我来说，答案非常清晰：我将屈服于不足信的赌徒谬误，相信过去的事情会影响现在的概率，拒绝频率概率论，并且相信我的直觉。即使连续出现100次正面理论上是可能出现的，并且不会影响下一次的投掷结果，但是我仍然不会打这么一个赌。

一个统计学家也许通过如下假设去定义他的理论：如果硬币确实是公平的，而且投掷的行为确实是公正的，并且你的朋友和赌徒都是诚实的，然后我就应该打这个赌。没有更多的证据，我就不愿意冒这个险，即使仅仅1元钱。那么你呢？

什么会说服我这个硬币是公平的？如果我或者我信任的人掷硬币100次，并且看上去随机出现大约一半的正面，我将同意公道的人说它事实上是公平的，至少对所有的现实目的都是如此。但是我用于得到这个结论的论证似乎并不是如它所看上去那样直接。

数学物理学家马库斯·阿普尔比（Marcus Appleby）是量子贝叶斯理论的早期支持者之一，他用一个生动的寓言故事阐述了这个观点[注]。如他所述，想象一下，爱丽丝（Alice）在欧洲转动一次有37个数字的轮盘，得到数字11，并且得出结论：轮盘是公平的。她的论证肯定是存在问题的，并且一个正常思考的人应该都不会轻易相信她。一次转动的结果不可能暗示转盘的任何公平性。现在假设不一样的情况，鲍勃（Bob）投掷100次硬币，获得了一个正面和反面的序列，在检查

之后，发现是由50个正面和50个反面组成，看上去顺序也是随机的，因此得出结论说硬币是公平的。（见图2.1）

如果鲍勃仅仅依赖这些观察到的现实而没有做其他事情，他所得到的结论并不比爱丽丝的强。从数学概率论角度去看，100次掷硬币的序列等价于一个2^{100}个扇区的巨大转盘，其中每个扇区由不同序列的100个正面和反面的序列组成（如果它被设计为弹珠大小的球，那么这个庞大的机器在我们可观测的宇宙这么大的体积内都装不下）。其中的一个扇区正好精准地用的是鲍勃得到的序列标记。因此在转动这一巨大的轮盘一次之后，他获得了结果，从这个结果出发，他得到了结论：其他序列是可能的，并且轮盘、硬币都是公平的。尽管在规模上存在巨大鸿沟，但是鲍勃的论证和爱丽丝的论证一样是错的。

阿普尔比创造这个故事是为了解释概率的频率概念令人不安的不一致性。严格来说，对单个事件，概率的定义是不存在的。期望的结果被所有可能结果否定是大量重复性事件系统的一个性质，不论这个事件的数目是有限的还是无限的。并且，如轮盘故事展示的，用于单个事件的概率论，即所谓的单事件概率，被频率论者默默使用着，尽管他们无法定义它。

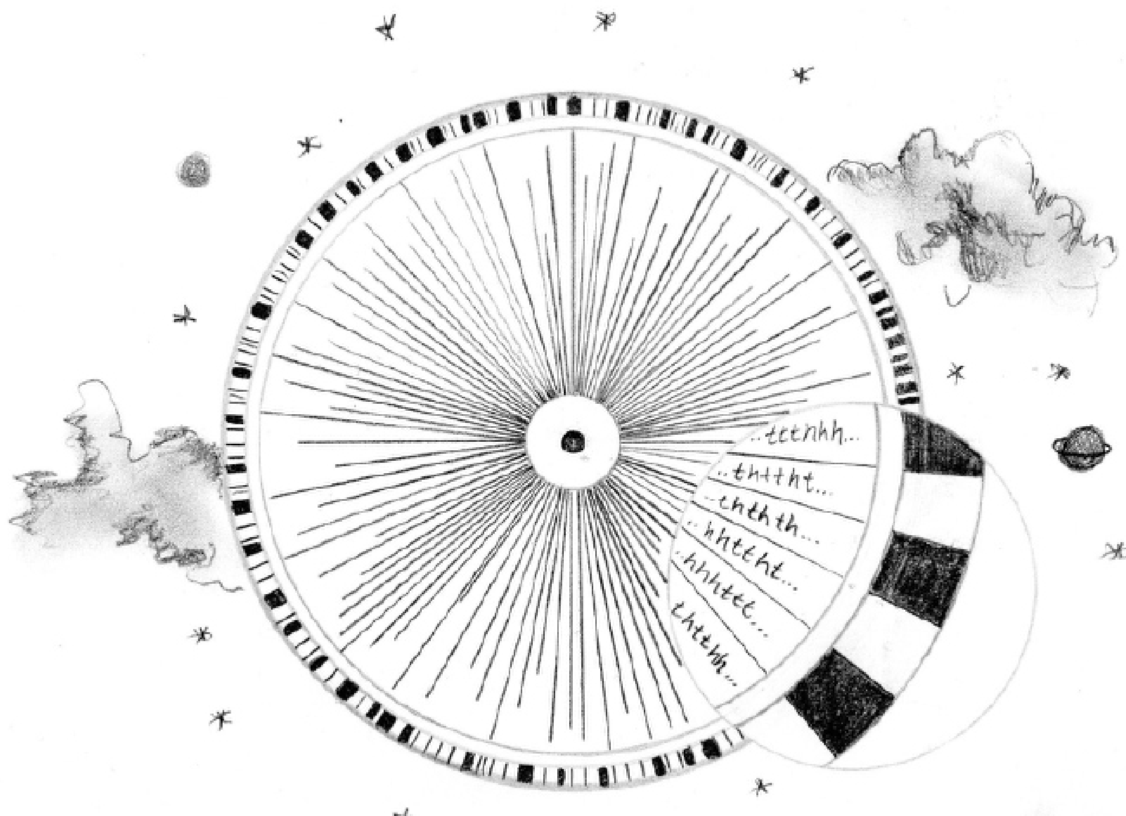


图2.1

为了宣称他的硬币是公平的，事实上鲍勃必须拒绝轮盘类比并且做出依赖于一些不言而喻的假设的论证。他必须假设100次投掷硬币是彼此独立的，且出现正面的概率对每一次投掷都是一样的。但是，即使是这样也远远不够。如果他做出这些假设并且用1/2作为出现正面的概率的数值，他得到所观察的序列的概率是极小的，为$(\frac{1}{2})^{100}$［数字（$(\frac{1}{2})^{100}$小得令人难以想象，它代表着把米尺对半切100次，并且非常巧合的是，在米制单位中，它仅仅比普朗克常数大一点点］。不幸的是，鲍勃对这个无穷小的概率无能为力。就像爱丽丝获得11这个数字的1/37概率，并无助于公平性一样。特别是，即使非公平的硬币可以产生鲍勃所观察到的正反面的序列。鲍勃必须深究这个理论，不再假设投掷硬币正面概率是1/2这一假设，而是考虑其他的概率。假设值是0.7或0.2，则分别意味着偏向或者偏离正面，他必须对特定的序列的概率进

行重复计算。只有在这个时候，他才能得到一个有益的结果：他计算所观察到的概率，尽管很小，当假设概率是0.5的时候远比假设硬币有偏差的时候大。这里，我们最终得到这个问题的数学答案：硬币是公平的吗？是的，因为概率1/2是在数量上最可能的假设。

注意到鲍勃是被迫那么做的。他一遍又一遍地涉及单个、孤立的投掷硬币的概率，即单事件概率。首先他必须假设每一次投掷的概率都是一样的，这个声明只在概率是定义在单次投掷的情况下才有意义。其次，为了找到在整个序列中概率最大的序列，他将每个真实的数值分配给单事件概率。只有当特殊值最终出现在0.5附近，才能够宣称这个硬币是公平的。

马库斯·阿普尔比得出结论，频率概率并不仅仅基于大量的实验，无论是有限还是无限。为了保持一致，它必须承认单事件概率作为最基本的元素，如同概率论中的“原子”一样。简而言之，频率论并不自洽。

在他的文章最后，阿普尔比感谢了量子贝叶斯理论的共同创始人克里斯，因为他让阿普尔比“看到了问题的重要性”。这个感谢暗示了量子贝叶斯者所面临的艰难战役。物理圈中我的大部分同事并没有意识到频率论的观念所存在的问题，他们也领会不到这个问题的重要性。

---

1. D.M.Appleby,“Probabilities Are Single-Case,or Nothing”,Optics and Spectroscopy,99(2005):447–462,http://arxiv.org/abs/quant-ph/0408058.

第10节　贝叶斯牧师的概率

量子贝叶斯理论（QBism）建立在贝叶斯统计的基础之上。贝叶斯统计是概率解释一个流派，以托马斯·贝叶斯（Thomas Bayes，1701—1761）牧师命名。他是长老会的一名牧师，同时也是非常有才能的数学家和统计学家。他因一篇死后才发表的论文出名，在这篇论文中他提出了现在被称为贝叶斯定律（*Bayes'law*注，也称为贝叶斯定理、规则、公式、方程）的定律。贝叶斯概率理论最初由著名的天文学家和数学家皮埃尔·西蒙·拉普拉斯（1749—1827）开创，经过随后几代学者的努力，现在正在蓬勃发展。其中贝叶斯定理是贝叶斯概率理论的核心。

拉普拉斯之后的一个世纪，概率和统计理论在贝叶斯定理的传统中平稳发展。为了使概率更加“客观化”，一些数学家在重复试验中引入频率的定义。约翰·维恩（1834—1923）就是其中著名的一个，说起他，我们首先想起的就是以他名字命名的维恩图。我们耳熟能详的简单的公式“事件发生次数除以总试验次数”已是学校概率课程中的基本内容。物理学家也采用了这种频率论，因为物理实验通常是简单的、可重复、可量化的。而其他的科学则往往没有这么简单，尤其是生物学、心理学、经济学、医学。这些学科实验中的不确定性通常相当大，很难实现毫不含糊的实验。但是学者仍试图将它们联系到假想的可无穷次重复的实验。20世纪中期，情况有所转变，人们开始考虑更古老的贝叶斯理论作为取代频率论者的一个选择。天文学家和物理学家也面临着大量的数据，需要统计分析处理，他们也开始重新发掘贝叶斯理论注。最终，在千禧年之际，量子物理学家也赶上了这个潮流，量子贝叶斯理论诞生了。

经过数学家、统计学家以及数学哲学家对贝叶斯概率概念更深入地分析和重新组装，最终使最初的贝叶斯理论更加丰富，并产生了大量的变种。量子贝叶斯理论正是基于贝叶斯理论其中一个版本，被称为“个人的”（personalist）或者“主观的”（subjective）贝叶斯概率。本书中，我只考虑这一版本。

概率就是测量事件发生的可能性。在我们日常对话中，可能性通常被表达为下面这些语句，例如不可能、不太可能、也许、不好说、可能、很有可能、十拿九稳、必然的、毫无疑问等，但是在科学中最好是将概率赋予对应的值。对于理想简单的情况下，例如，抛硬币或者发射电子，频率概率论仍是可行的，因为这类情况可以在可控的条件下试验。但是为了做到逻辑自洽，也出于实际应用的角度，我们需要定义可用于单独事件的概率。频率论做不到这一点。

贝叶斯理论认为概率并不是寄存于外在物质世界，而在一个被称之为代理人（*agent*）的意识中。在这一方面代理人（*agent*来自拉丁语*agens*，意思为“做”）并不是其他人的代表，而是指能够做决定和执行行动的人。贝叶斯概率测量的是代理人对某一事件是否发生或者命题是否正确的置信程度（*degree of belief*）。代理人这个词使相关定义与真实结果的可能性关联在一起——科学对那些不会影响真实世界的个人的沉思并不感兴趣。“置信”（*belief*）意味着人和主观。它是由多种多样的影响确定的——只有问题中的代理人完全确定它。贝叶斯理论者并不试图深究或者评判代理人的“置信”的起源。

但是贝叶斯理论想要量化置信的“程度”。那么该如何测量相信的强度呢？除非它导致某种外界可辨识的行为，否则你不可能测量到。将定性的估计转化为数字等同于将赌博形式化。这样看来代理人的身份很像一个赌徒。在这场“赌博”中，我们暂且不管他是如何做出决定的，但是他愿意拿出赌注的多少可以用来刻画他对某件事可能发生的概率的估计。因此概率理论又回到了赌博和博弈游戏。为了使赌博的

过程更标准化，而且能够保证这样测量出的概率对应着0和1之间的实数（或者百分率），为了定义贝叶斯概率，我们先做出下面这些假设：赌博当事人都有一些债券，并且约定当某一事件E发生时，债券的卖方须给买方1元钱。一旦赌徒都同意事件E的准确的定义，他们就可以自由交易债券。如果一个人认为某件事E一定会发生，例如，太阳在明天会升起来，那么他将这件事发生的概率赋值为1。于是他肯定愿意用低于1元钱的任意价格买下债券（为什么要低于1元？这是因为如果他用1元买下债券，那么他不可能盈利，这是一个愚蠢的选择）。相反，如果他觉得事件E不会发生，例如，他的咖啡杯在他松手后会飘浮在天花板上，那么他将赋值概率为0，同时不购买债券。

类似步骤可以推广到那些既不是完全确定也非不可能的事件。例如，抛硬币这个例子，代理人在学校学到或者根据他自己的经验知道得到正面向上（这个例子中的事件E）的概率是1/2，因此他最多愿以0.5元的价格买一张债券。如果硬币是正面朝上，那么他会获得1元，这样他就净赚0.5元或者更多。相反，如果是反面朝上，那么他就损失了购买债券的钱。

有了这些背景我们就可以介绍贝叶斯概率正式的定义。代理人对某事件E发生的概率赋值为p意味着他最多愿意以p元的价格购买一张债券，如果事件E发生，那么债券值1元。相反，代理人也愿意以高于或者等于p元的价格卖出一张债券。

和频率论的概率一样，这样定义的概率取值在0和1之间（包括0和1）。虽然它们外在有相似之处，但是这两种定义相去甚远。对于在某种传统中长大的人，往往都很难完全转向新的观点。不像更换一个新牙刷那么轻易，对概率新奇的理解不可能一夜间取代旧的观念。因此，虽然量子贝叶斯理论并没有给物理学带来暴风雨般的影响，但是目前也没有什么能阻碍它的发展或能够立刻排除它。在许多科学与技

术领域，贝叶斯概率作为可靠有效的工具已经充分体现了它的价值，量子贝叶斯理论则将成果扩展到量子力学的领域。

包括我在内的很多物理学家在第一次遇到贝叶斯概率时通常都会大吃一惊。谈论“置信程度”似乎和物理学传统的观念完全不相容。物理学家往往都会觉得“自然伟大的定律”与主观意识或者个别代理人的信赖毫不相干。相反，频率主义虽脱离现实世界，却成为枯燥无味的学术演讲和课本中的基本内容。贝叶斯理论认为概率能预言单个事件的观测量，频率论者则拒绝接受，他们认为，当为将来的行为做决定时，概率是不相关的。当我看到天气预报说今天下午会有70%的概率下雨时，其实并没有告知我下午一定会发生什么，天气预报并没有帮助我决定是否带雨伞或者什么时候离开家。事实上，天气预报确实是有用的，可以将70%的预测理解为我对下午会发生的事情的“置信程度”，而且天气预报确实影响了我的决定。

如果将物理学看作人类史诗般的冒险而非收集一些枯燥的事实，那么物理学家也需要不断地做出决定，而且他们的决定是基于已有置信程度。每次评估数据，每次开始新的计算，实验中的每次决定、每次争论和每次下结论，旅途中的每一步都需要在许多选择中做出决定。对单个事件的概率的估计在其中起到重要作用。

贝叶斯概率和频率论的最大区别莫过于概率的变化。个人的置信程度的变化也就意味着赋予概率的值也会不同。频率论概率一旦定义就不再会变化，抛硬币就是最好的一个例子。但是贝叶斯概率则与人的思想有关，是可以不断变化的。因此除了帮助做决定外，贝叶斯概率也会不断地修正。这种可塑性也正是贝叶斯概率起初的出发点。当获得了新的证据，修改了之前的置信程度时，贝叶斯概率就会发生相应的变化，贝叶斯定理就是反映概率变化的数学描述（回想一下上一节中对那个赌徒我为何改变自己的主意）。

设想你知道或者假设某个特定事件发生的概率的大小，之后你偶然获得了新的相关的信息，例如，一个新的实验结果或者一些不可预料的新内容。贝叶斯定理告诉你的正是下面这个问题的答案：新的信息是如何改变你的概率估计的?

贝叶斯定理的价值在于它数学上的严格性。概率即置信度，和“事实”不同，它是可塑的。但是概率和新的信息怎么组合在一起产生一个修正的概率呢？这个步骤由数学公式决定，和勾股定理一样直接且毋庸置疑。

下面举个例子来说明这个定理。设想有一种癌症，在大众中发病率为0.5%，也就是说平均两百个人中有一个人患有该病。再假设一项新的血液化验能以99%的准确度检测你是否患有此病。医生怀疑你患有此病，因此采集了你的血液样本，并送去检测。几天以后，他打电话告诉你化验结果已经出来，是阳性。

那么你确实得了这种癌症的概率是多少呢？你应该对此有多担心呢？考虑到这种化验是十分可靠的，你是否应该设想最坏的结果？此时你是否应该通知朋友和家人？你是不是应该再去做其他的测验？你又该如何通过合理评估自己的机会来平复自己越发焦虑的心情？是否存在微弱的希望——你并没有得癌症，只是化验结果是错误的，通常称之为假阳性?

贝叶斯定理提供给我们一种有序的方法来思考这些问题。它涉及四种不同的概率，每一种都可以表示为0和1之间的数字或者百分比。我们将新的信息，即化验结果为阳性，记成加号+，这个问题中的事件E，即你确实患有该病，记为一个表情符号L。“阳性的结果意味着你确实患有癌症”这句话的置信度对应的数字记为$p(+\rightarrow \mathrm{L})$。这就是你应该寻求的数字，这个概率左右着你的感觉。

第二种贝叶斯定理涉及下面这个事件的概率：给所有人都做了这种化验，且结果都为阳性。我们将它记为$p(+)$。

我们还需要第三种概率，记为$p(L)$，它对应着做测验前你得癌症的概率。这只是开始我们提到的这种癌症在大众中的发病率，即0.5%。

第四种概率是整个计算中的关键。我们将它记为$p(L\rightarrow+)$。或许你已经从记号中看出，它在某种程度上是第一种概率的反转。它对应“你确定自己患有这种癌症，化验结果为阳性”的概率。注意，不是“如果我的化验为阳性，那么我确实患有这种癌症的概率是多少”，而是“如果我确实得了癌症，那么化验结果是阳性的概率是多少”混淆这两类问题会产生很多误会。“大多数罪犯都是男性”和“大多数男性都是罪犯”这两个表达的意义是完全不同的，那两个问题的区别也与此类似。

现在我们已经有了贝叶斯定理的构件。贝叶斯定理就是下面这个简单的等式。

$$p(+)\times p(+\rightarrow L)=p(L)\times p(L\rightarrow+)$$

直观地看，它非常容易理解。将上面的概率写成百分比的形式，它表达的是一个显然的事实。在所有人中，找出化验结果为阳性的人$p(+)$，在这些人中再筛选出那些确实得了该癌症的人$p(+\rightarrow L)$。或者，你可以用另外一种方式，先选出那些确实得癌症的人$p(L)$，在这些人中再筛选出化验结果为阳性的人$p(L\rightarrow+)$。两种不同的方式你最终筛选出来的都是同一群人，即那些得了该癌症且测量结果为阳性的人。

下面我们用具体数字计算。

这种癌症的发病率为$p(L)$=0.5%。等式右边的第二项p（$L\rightarrow+$）估算的是一个人得了该癌症，化验结果为阳性的可能性。由于这个化验

是如此的可靠，可以用p（$L→+$）≈100%作为很好的近似。当你的医生打电话告诉你坏消息时，正是这个数字引起你的焦虑。知道这个化验是几乎百分之百的准确，大多数人直觉上都会感到阳性的化验结果几乎肯定意味着确诊患有该癌症。但是他们都错了！

最诡异的是公式中的p（+），它反映的是在人群中做化验后结果为阳性的概率。0.5%的人确实患有该癌症，因此他们的化验结果极有可能为阳性。但是健康人群（整个人群的绝大多数）中的1%会不幸得到一个错误的化验结果——假阳性，因此整个人群的化验结果为阳性的比例p（+）≈1.5%。

将上面的数字带入等式，左右两边同时除以p（+）。那么在知道你的化验结果为阳性时，你患病的概率为p（$+→L$）≈0.5%×100%/1.5%=100%/3≈33%。（注意中间一步分子分母中出现的两个%消掉了）。贝叶斯定理告诉你患病的概率只有大约1/3。统计数据告诉你患该病的概率是0.5%，而化验结果本身则暗示你患病的概率是100%，但贝叶斯定理的结果则是一个合理的折中。真叫人宽慰！你需要明智地再做一次化验。由于不太可能恰好两次都是假阳性，重复化验会极大地降低不确定性——更好的结果或者更坏的结果。

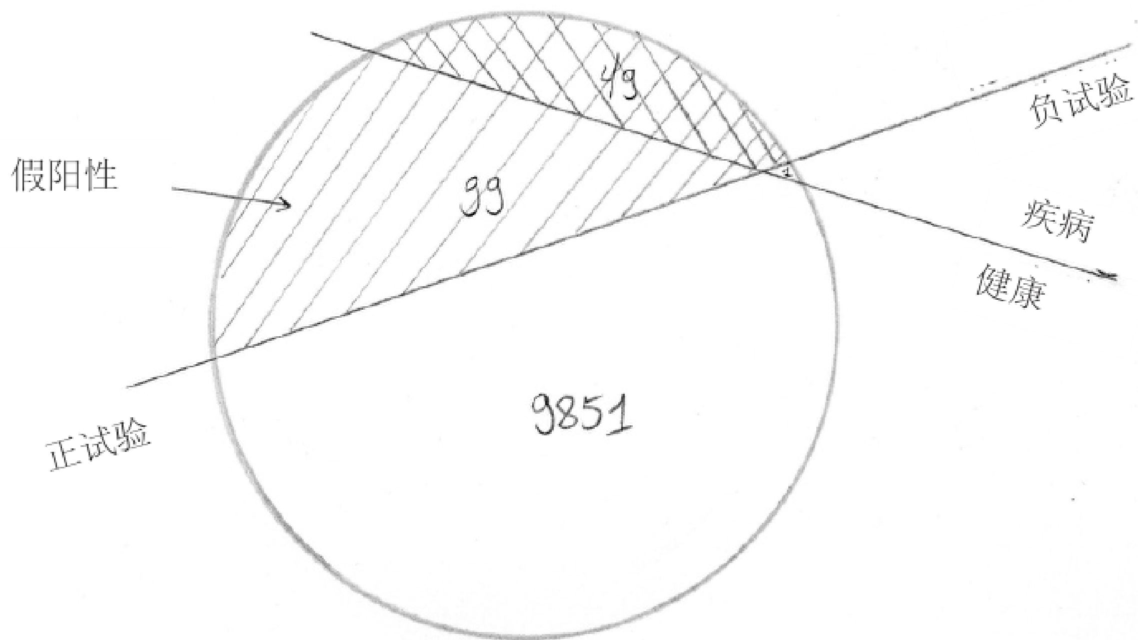


图2.2

下面这个被奇怪分割的饼状图描绘的是群体数为1万人的真实统计数据，从中你可以得到（大概）的百分比。被标记49和99的那两部分都是化验结果是阳性的人群。由于你在这两类中的其中一种内，但是你并不知道在哪个人群中（见图2.2），因此你患病的概率是1/3，这正是贝叶斯定理预言的结果。对于更一般的情况，+可以用*I*代替，意思是新的信息，表情符号*L*用*E*，意思是某事件。做了这些替换之后，再将等式两边同时除以*P*（*I*），我们就得到了贝叶斯定理的常见的形式：

$$p(I \to E) = p(E) \times p(E \to I) / p(I)$$

在某种程度上来说，这两个条目组成了汉堡的牛排和芝士，而另外两个则组成了汉堡的小面包。等式右边第一项*p*（*E*）指没考虑新的信息*I*时事件*E*发生的概率。由于这个原因*p*（*E*）也被称为先验概率（*prior probability*）。有时它只是开始不知情状况下的一个猜想，我们期待着反复使用贝叶斯定理可以不断改善它。等式左右边的*p*

（$I \to E$）指事件E在获取新的信息I之后修正过的新（或者后验）概率。另外两项则影响着修正过程。通过简单的规则不断修正先验概率是贝叶斯概率的核心[注]。

在上面那个癌症例子中，接到医生的电话之前你自己对患病概率的估计——先验概率——是0.5%。知道化验结果之后，你担心自己患病概率几乎上升为100%，这也是不正确的。贝叶斯定理显示这个概率被修正为33%。

贝叶斯定理的强大之处在于它能够将不同来源的信息组合起来。频率论除了对一些均匀的数据集合外很难做到这一点。上面的例子中先验概率源于人群中大规模的统计研究，然而癌症化验的准确性大概是基于一些特定的临床试验。贝叶斯定理的计算不仅可以利用一些数据资料，甚至历史或者直觉都能帮助代理人选择先验概率然后不断修正。上一节那个会堂中的赌徒例子，据说他连续100次都是正面向上，因此我才会决定不和他赌博，这说明了现实生活中引入新的信息并改变相应的概率估计是非常有用的，只要把概率定义为置信程度。

相比于频率论，贝叶斯理论更普遍，逻辑清楚，且用途广泛，因此它渐渐被接纳为概率基本的解释。气候学对唯一的大气层做出预测，需要从各种各样的来源收集证据和信息，贝叶斯概率理论则是经常被用到的数学工具。其他学科，包括社会科学、生物学、药学和工程学，都在用贝叶斯概率。频率论中简单的公式“事件发生次数除以总试验次数”可以得到概率的数值，但是贝叶斯理论提供了这些数字的真正的含义。下面这个测量一张奇怪形状纸的面积的例子能展现测定和定义的本质差别：虽然面积可以通过纸的重量（单位：克）除以密度（单位：克/平方米）得到，但面积的含义是完全几何的，与重量和密度无关。

前面我们已经知道，量子力学在根本上也是依赖于概率的，让我们拭目以待，当贝叶斯概率遇上量子力学会碰撞出什么火花？

---

1. 英文Bayes’是Bayes’s和Bayes折中后的形式。
2. 可参考W.T.Eadie,D.Drijard,F.E.James,M.Roos,and B.Sadoulet,Statistical Methods in Experimental Physics(Geneva,Switzerland:CERN,1971)。
3. 需要指出的是，当先验概率是0或者1时，新的信息并不会改变它。

第三章　量子贝叶斯理论

第11节　量子贝叶斯理论使事情明晰

就像水面宽阔的河流在流向大海的过程中是通过吸收很多小溪小河逐渐变大一样，科学也在兼收并蓄着各种新的数据和知识的细流中前进。形成鲜明对比的是，量子贝叶斯理论则是汇聚了两条大的支流。21世纪初，作为一门古老而又复杂的学科，量子力学和始于18世纪、最近复兴的数学分支——贝叶斯概率结合起来，形成各种已经确定的知识的汇集。量子贝叶斯理论的创造者既没有创造Q也没有发明B，而是将它们结合在一起，不仅对量子力学本身，而且对一般的科学世界观也有着深远的影响。

量子贝叶斯理论的基本论点很简单：量子概率是个人置信程度的数值衡量。

如果你不曾听过贝叶斯概率，那么这个命题看上去会很奇怪。科学的整个关键不就是排除主观性而支持一般性吗？难道信念不是知识的对立面，因而也是科学的对立面吗？这是在看到发表于2012年的量子贝叶斯理论奠基文章时大部分物理学家的反应，也是在闻知它的时候我的感受。这篇文章开门见山地在文章名字“量子概率作为贝叶斯概率”中宣告了它那令人吃惊的结论。

从频率论转换到贝叶斯概率的解释，这个决定是源于某种成本/效益的分析。一方面，询问下面这个问题是很公平的：在这个变化中你得到了什么？另一方面，它的副作用是什么？采取这种飞跃的代价是什么？

采用量子贝叶斯理论的代价并没有它看上去那么大，因为贝叶斯理论有充分的根据。以个人对打赌胜算来解释概率，尽管对大部分人

来说最初会感到不安，但是它不仅比频率概率更早，也在大部分不相同的领域中逐渐被越来越多的科学家和工程师采用。它已经存续了数个世纪，且在数不清的重大应用中都经受住了检验。对它熟悉之后，它就一点也不奇怪了。

从积极的方面说，量子贝叶斯理论提供了相当多的益处，其中最令人信服的莫过于解决了令人烦恼的波函数塌缩问题。在传统量子力学中，波函数塌缩的直接原因一直悬而未决。它在时间与空间中是如何发生的，并没有数学描述，而在经典物理中，其他的每一个过程都有这种描述。力学的、电的、磁的、光的、声的以及热的扰动是如何从一个点传播到另一个点，以及影响附近和远处的物体，都能以非常严谨的数学方程展现出来。即使将我们束缚在一起的引力效应，也可以通过广义相对论烦琐的数学方程，从我们这里开始逐步地到达某个星体然后再传播回来理解。但是波函数的塌缩依旧是不可思议的，如同扎在数学物理中的一根刺。

量子贝叶斯理论轻松而且优雅地解决了这个问题。在任何实验中，计算好的波函数为随后的实证观测提供了先验概率。一旦做出观测，比如，粒子留下痕迹，探测器有撞击，确定自旋方向，操作实验的代理人就获得了新的信息。利用这些信息，代理人只是瞬间地更新它的概率以及波函数，并没有什么神奇的事情。塌缩去除了它的神秘之处。贝叶斯定理描述了这个过程，并最终使失去的这部分显现出来。

实现这个过程的方式是如此直观。考虑一个例子：在纽约的爱丽丝，拿起两张扑克，一张黑的，一张红的，并将它们装进两个独立的无标记的信封中，密封好后重新洗牌。为了确保它们不可区分，她也让鲍勃去洗牌。她保留一个信封在她手袋中并将另一个交给鲍勃。然后爱丽丝前往澳大利亚，在她打开信封之前，相信鲍勃拥有红牌的概率是50%。一旦抵达澳大利亚，只要打开她自己的信封，她就会知道

一万两千英里之外的鲍勃的信封中装的是什么，这时她的置信程度就瞬间变成了100%或0。同时，不论爱丽丝手中是什么，鲍勃关于爱丽丝手中卡牌颜色的猜测不会因她的行为而改变。这里没有什么奇迹发生。

量子波函数的塌缩遵循着相同的逻辑，但是有一个很重要的区别。在经典的例子中，由始至终，因果链都不曾被打破。一个客观物体，以被密封在信封中的卡牌的形式，在爱丽丝的手袋中携带着信息。卡牌就像一个神秘的信使——物理学家所称的携带着一些红值或黑值的隐变量（*hidden variable*）的一个例子。在经典物理中，爱丽丝的无视掩盖了这个值，但是原则上，她可以在旅途中任何时间打开信封，从而得到这个值。在量子力学中，信封中没有卡牌，没有客观的机制去携带秘密信息，也没有隐变量。甚至在原则上，我们也没有办法弄清电子在哪里，以及在它被撞击和被探测到这段时间内它自旋的指向。事实上，隐变量不存在是可以而且已经在实验中证实的一个断言，我们将在下文中得到这个结论。

当我开始理解量子贝叶斯理论时，以及意识到仅仅通过给概率一个更好的定义，我就可以不用再苦苦思考波函数塌缩的意义了，我突然有一种释放并且接近于愉悦的感觉。“当然，”我对自己说道，“这就是它如何运作的。”这是一种不期而遇且不应有的启蒙的美好感觉，也是我个人的那种“啊，有了”的时刻。

就像将波函数塌缩解释成简简单单的概率更新是不够的，量子贝叶斯理论完成了另外一个同等有意义的澄清。在1961年，恰好是我开始职业生涯的时候，量子力学先驱之一尤金·魏格纳（Eugene Wigner，1902—1995）指出了一个量子力学基础上的模糊之处，它被熟知为魏格纳的友人悖论（*paradox of Wigners’friend*），它也可以被等价称为“总之，它是谁的波函数”？魏格纳和他的朋友一起做实验，并且他们都同意一个电子自旋可以由一个自旋向上和向下叠加态的量子位波

函数描述。实验运行后，计数器记录结果。他的朋友读取计数器，而魏格纳背对着仪器，直到知道实验结束。他的朋友知道波函数已经塌缩到自旋向上的结果。另外，魏格纳知道测量已经结束但是不知道结果。如之前那样，他所分配的波函数是两个可能结果的叠加，但是现在他将电子的量子位和计数器的读数以及他朋友对读数的信息联系在一起，而这个信息魏格纳却不知道。

那么，谁是对的？量子位已经塌缩，还是仍处于叠加态中？只要波函数作为一种真实的东西，或者一个真实过程的描述，那么这个问题将不比柏克莱主教（Bishop Berkeley）那关于树在森林里的臭名昭著的问题简单：当一棵树在森林里倒下时，并没有人听到，那么它是否发出声音了？答案已经争议了3个世纪，并且还在继续引发争论。爱因斯坦思考事情总是通过自己思考而不是依赖权威，也曾以不同的方式表达过相同的问题。他的同事——恩斯特·帕斯夸尔·约尔丹（Ernst Pascual Jordan）追忆道："我们经常讨论他关于客观实在的见解。我记得在一次散步时，爱因斯坦突然停住，转身问我是否相信月亮只有我们在看它的时候才存在？"魏格纳的友人的问题，即谁的波函数和谁的概率分配是对的？揭示了概率这个词的含义，并且它如同柏克莱的问题一样饱受争议。

但是对于量子贝叶斯理论者而言，这些都不是问题：魏格纳和他的朋友都是对的。每一个人分配的波函数反映了他们所能得到的信息，且既然他们各自编辑的信息不同，他们的波函数也就不同了。只要魏格纳自己看一下计数器或者从他朋友那里听到结果，他可以用新的信息更新他的波函数，然后两个人在塌缩的波函数这个问题上就再次一致了。

当下面的疑问提出的时候，魏格纳的友人的问题就出现了：谁是对的？换句话说，什么是正确的电子波函数？根据量子贝叶斯理论，没有一个独一无二的波函数。波函数并不是被束缚在电子上的，也不

是像圣徒头上萦绕的光环那样一直伴随左右——它们是由代理人分配的并且依赖于代理人所能得到的信息。简而言之，波函数以及量子概率是贝叶斯型的。

这个简洁的声明——量子贝叶斯理论宣言，如果你愿意这么叫的话——足够短甚至可以将它印在T恤上，但是却带来了思考世界的新方式。

第12节　量子贝叶斯理论拯救薛定谔的猫

薛定谔的猫也许是这个世界上最有名的猫了，但不是所有的物理学家都喜欢它。我曾经参加了斯蒂芬·霍金（Stephen Hawking）的一个报告，报告中他用他的声音合成器呆板而有节奏地喊道：“当我听别人说起薛定谔的猫时，我就会拿起我的枪。”量子贝叶斯的先驱克里斯同样不喜欢这个动物，并且告诉我，他总是更倾向于担忧魏格纳的友人。这只猫也是它名气的受害者。流行文化总是用许多误解、嘲弄和彻底无意义的内容包装这个故事，以至于物理学家对它避而远之。它已有80多岁的高龄，但由于它仍能够有效地阐明观点，我将再次使它复活。

这里是设置：一只活着的猫和由一个盖革计数器（Geiger counter），被中子撞击而产生辐射的原子，一把锤子，以及一小瓶毒药组成的鲁布·哥德堡装置，被封闭在一个盒子里面。当原子衰变时，就像它最终会发生的那样，盖革计数器嘀嗒一声，并且释放一个电子信号，而这个信号可以触发锤子，它会锤碎小瓶子，释放出毒气，而毒气会马上无痛地杀死猫（见图3.1）。

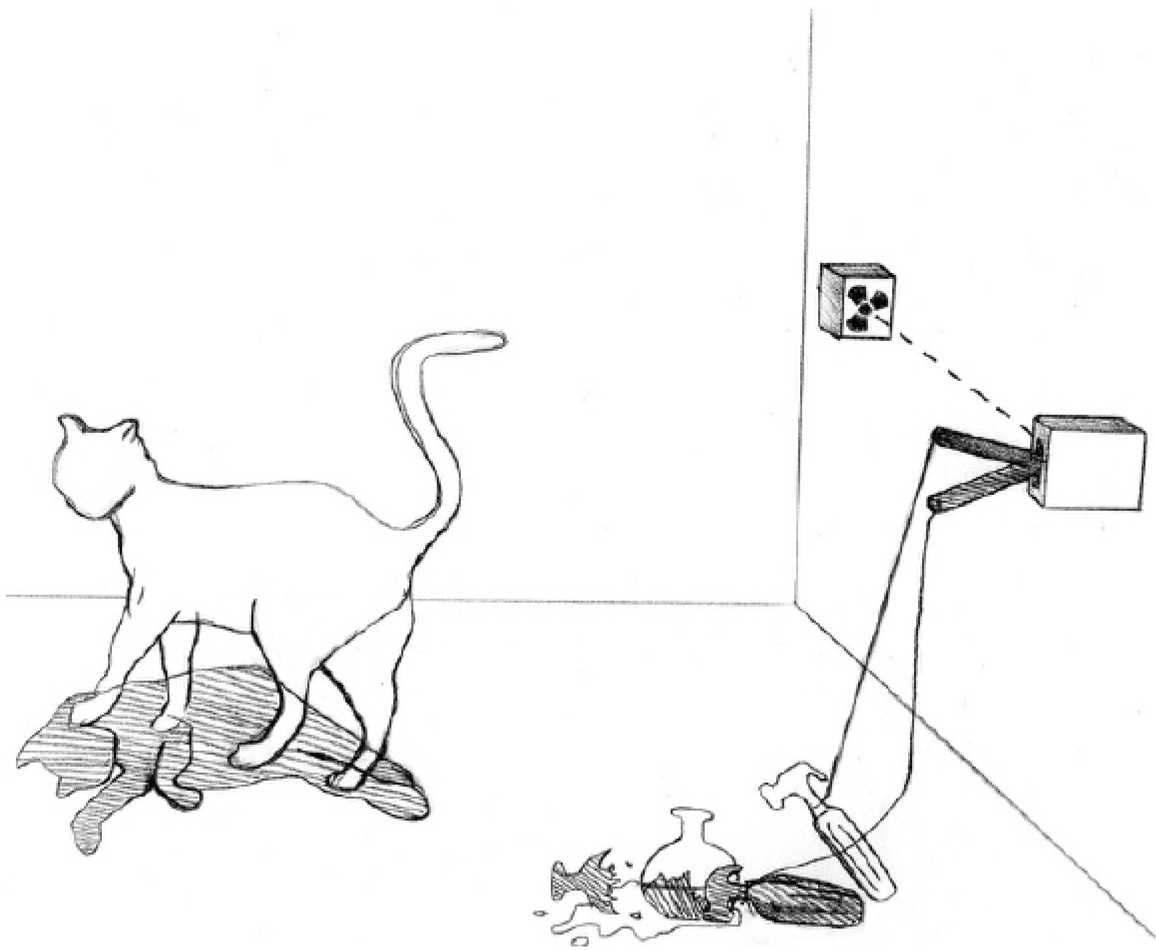


图3.1

问题是物理学家如何描述这个实验？一个辐射的粒子是与一个由量子位所代表的波函数联系在一起的，而量子位的北极由0标记，代表着原来的态，而南极由1标记，代表着衰变的态。从波函数推断得到的概率以一个熟知且一直减少的速率平滑地从0态下降到1态。经历原子的半衰期之后，量子位到达了球的赤道处，即50%原来的态和50%衰变的态混合。如果此刻你观测原子，那么你将有50%的概率发现它衰变了。

根据传统量子力学的解释，即在薛定谔创造他的猫的时候所流行的观点，注意到量子位的值是（除了极点）“0和1”的混合这点很重

要。它不是“0或1”。杨的经典双缝实验极其着重地展示了这点。为了使干涉出现，光必须通过两个双缝而不是其中一个或另一个。采用同样的记号，量子位球上的一个点不是代表着二选一而是这个问题中量子事件的可能结果的叠加。量子干涉效应就像肥皂泡上的颜色一样实在而且可观测，并且我们所知的能够描述它们的方式是“既……又”形式的叠加。

迄今为止，所有这些都是传统量子力学且无可争辩的。无数的实验已经展示了这是描述辐射原子的正确方式。问题出在当你从原子上产生干涉变成猫本身的干涉。假设你并没有打开箱子，在原子半衰期之后，猫的状态是什么？猫的命运和原子立刻联系在了一起——“纠缠”是薛定谔引入英语的一个令人回味的词。一个完整的原子意味着活着的猫，一个衰变的原子意味着死亡的猫。这看上去就像遵循着如下规律，既然原子的波函数是毫无疑问地处于叠加，那么猫的状态也是：它既是死的又是活的。一旦你打开箱子，那么这个悖论就消失了，猫就像常识所述的那样，要么死要么活。但是只要箱子没打开，猫同时是死的和活的这个奇怪的断言又是怎么回事呢?

薛定谔捏造了这个故事，目的是将量子奇异从单个原子以及它们的波函数的模糊性带入到人类日常经验中。他试图戏剧化描述出两个不同领域之间的差别。在过去90年间出现了很多关于量子力学的其他解释，发展这些的很多动力都是源于数学上阐明这个猫的处境。

量子贝叶斯理论如同处理波函数塌缩的奇迹以及魏格纳友人的悖论那样毫不费力地处理了这个故事。这张图不是疆域图！原子的波函数并不是对原子的描述。描述原子的量子位，是一个特定代理人对将来观察的打赌胜算的置信程度的概括——不多也不少。在原子被观测前，它的状态是数学上定义的而不是我们观察之后所用的。根据量子贝叶斯理论的观点，一个未被观测的原子，或者一枚量子硬币，或者那件事中的猫的态，是没有一点价值的。量子位球赤道上的一个点不

是现实世界中任何一个东西的符号——它仅仅代表着预测将来观察结果的概率的一个抽象的数学表达式：0或1，未衰变或衰变的，死亡或生存。

宣称猫是死的和活的如同在硬币仍然在空气中翻腾时宣称硬币既是正面也是反面，以及赛马开始前宣称马赢了和输了一样毫无意义。概率论总结了转动的硬币的状态，给它分配结果是正面的概率为1/2。赛马场上的计数板列出了各匹马赢的概率。同样地，量子贝叶斯理论拒绝描述箱子被打开前猫的状态，并且将它从盘旋在生与死的监狱中解救了出来。

远在量子贝叶斯理论诞生之前，描述这个结论的一个难以忘记的方式在1978年就被理论物理学家阿瑟·佩列斯（Asher Peres，1934—2005）明确表达出来了。他注意到，像薛定谔的猫那样的故事中涉及一个“要是”（what if）的问题：要是我们能在盒子仍关闭着时看这只猫呢？佩列斯得出结论，量子力学不允许“要是”问题，并且创造了引人注目的口号：“没有完成的实验没有结果。”经典物理当然允许在箱子打开前想象箱子里有什么。这个经典思想实验的结果是猫是死的或者活的。在量子力学，有一个定义完好的方式描述系统处于两个可能状态中的一个，0态或者1态。这种描述的数学工具是一个经典比特——信息技术中通用的拨动开关。但是对于一个辐射原子的波函数来说，比特是不够的。在量子力学中取代比特的量子位在测量发生前没有值。用比特而不是量子位描述原子将会导致与实验很直接的冲突。

佩列斯的构想实质上就是意义深远的量子贝叶斯理论的精神。就像量子贝叶斯理论主张的那样，假如波函数除了告诉将来实验结果的概率之外并没有透露关于原子或者任何其他量子力学客体的信息，那么代理人甚至不会有兴趣过早地推测原子和猫的状态。在箱子打开之前未完成的观测盒子的实验并没有结果，即使是推断性的结果。

根据量子贝叶斯理论的解释，原子和猫纠缠的波函数并不意味着猫是死的和活的。相反，它告诉代理人当打开箱子时，他能合理地期望发现什么。

第13节　量子贝叶斯理论的根源

尽管量子贝叶斯理论是21世纪的革新产物，但它的根源却可以追溯到古希腊原子论者。生活在公元前4世纪的德谟克利特（Democritus）教导道：“甜是依照惯例而言的，苦亦然；冷是依照惯例的，热亦然。但事实上，只有原子和虚空。”人们私下也许不承认什么是甜的或苦的，冷的或热的，但是如果他们的感觉以及设备足够敏锐，那么他们不得不承认物质中原子的出现或缺失。

德谟克利特因为他的宣言而被尊称为原子论之父。“事实上，只有原子和虚空”听上去很权威，不是吗？可靠，具有说服力，明确。那个被称为原子论的宣言奴役了物理学2500多年，并且成为学校中被教导的传统观点。在理查德·费曼的经典著作《物理学讲义》第2页，他用自己的话重申了原子论宣言：

假如由于某种大灾难，所有的科学知识都丢失了，只有一句话传给下一代，那么怎样才能用最少的词汇表达最多的信息呢？那我相信这句话是原子的假设（或者说原子的事实，无论你愿意怎样称呼都行）：所有的物质都是由原子构成的——这些原子是一些小小的粒子，它们一直不停地运动着。当彼此略微离开时相互吸引，当彼此过于拥挤时又相互排斥。只要稍微想一下，你就会发现，在这一句话中包含了大量有关世界的信息。

在我教书的岁月里，一直根据德谟克利特和费曼的言论教授原子论宣言。想象一下，当我发现归功于德谟克利特的格言是不完整时的吃惊。事实上他是一段小对话的一部分。

智：甜是约定俗成的概念，苦是约定俗成的概念，热是约定俗成的概念，冷是约定俗成的概念，颜色亦是预定俗成的概念。但事实上，只有原子和虚空。

情感：可怜的理智，你难道不是正在从我们身上获得击败我们的证据？你的胜利即是你失败的开始！

这段文字不是一个明确的原子论宣言，而是对两种截然不同的感知自然的方式之间矛盾的讽刺式的对话。根据理智（Intellect），科学努力地描述世界“本来的”面目，科学的思想渴望发现事物的本质。在这个角度上去看，科学家的注意力集中在问题中的物体，也许是一棵树，也许是一块石头，也许是一个原子或者一个电子。在这里，没有观察者的容身之地，而观察者正在描述这个客体以及它的行为。科学旨在客观，而主观是一种禁忌。

但是感觉（Senses）拒绝将它们排除在对自然的描述之外。它们提醒理智一个明显的事实，即我们所知的关于宇宙的所有事情都源于感觉体验，要么来自直接体验，要么借助仪器。看到那边那棵树了吗？你怎么知道它到底是什么？你借助光学设备发现它的颜色以及形状。你可以走近并碰触它，以此感受它木质的坚硬程度。你可以闻到花朵的芬芳。你可以通过从个人观察或者阅读别人关于它的言论记住从中学到的东西，但是在树和你的意识之间试图产生一个精确映射，这个过程中你的个人感觉经验扮演着信使的角色。并且，如果这对于树和石头是正确的，那么对于电子，对于夸克，对于物质，以及对于时间和空间应该都是正确的。

意识到这么简单的事实，感觉得出结论，如果理智否定它们在科学中所扮演的重要角色而仅仅把它们当作惯例，那么它也舍弃它用于选择真理而拥有的仅有的证据。

在德谟克利特之后的数个世纪，哲学家和神学家思考着更深入的思想——关于现实和对它的感知之间，什么是以及什么看上去是之间的关系，他们写下了厚厚的论文。然而，物理学家忽略了这些争议。他们隐藏了德谟克利特对话的第二部分，清洗掉了他们认为是主观部分的影响，并且构造了他们称之为没有观察者的世界的完全客观的描述。他们可以用此策略侥幸成功，因为他们严格地将自己的注意力放在简单而又毫无生气的系统上，诸如绕轨运动星球、掉落的苹果以及物质内部不活跃的粒子。通过询问简单的问题，他们成功地发现了简单且看上去客观的答案。

数世纪间严格的客观性运行得特别好，但是德谟克利特的魔咒注定要走向终结，就像他预测的那样，感觉警告理智，“你的胜利就是你的失败”。通过粉碎牛顿那朴素而又直观上吸引人的、被称为绝对空间和绝对时间的框架，爱因斯坦1905年提出的狭义相对论明显地解除了绝对客体。并没有固定的背景来定义运动，一个诸如“那辆车以50英里/小时的速度运动”的陈述是没有意义的。相对于一名静止的警官，也许是对的，但是如果他正在巡逻车里面追击这辆车，那么他将测量到不一样的速度。观察者或者说观察者的参考系，必须被指定，这样力学才有意义。爱因斯坦关键性的澄清很快被证实不只是一个学究式的一语双关，还是能产生激动人心的观察结果的重要洞察。这高傲的绝对时间和空间诞生于牛顿的智慧，最终被爱因斯坦更加世俗化的相对时间和空间所替代，而后者的理论预测和实验室测量更加一致。尽管相对论并没有明显地再次引入观察者，但是观察者的自由选择参考系，至少已经假设他们在物理中有一个不可或缺的位置。

另一个对客观性的袭击来自波粒二象性。一个电子不是粒子或者波，而是它们的混合，这种混合揭示了基于问题和实验者自由选择的装置电子会展现出不同性质。当1925—1926年成熟的量子理论出现时，德谟克利特机敏的预测离实现更近了一步。在引入波函数之后，物理学家便不再试图将电子、光子、原子以及核子描述为“它们实际的

样子”。一个粒子事实上不会有速度和位置，而是只有其中之一，这取决于你如何去看它。

注意力从围绕领土转，变成围绕地图转，就像物理学家的注意力从毫无疑问是存在于那里的现实世界转移到它的表示之上。将事物与它的数学表示分开是具有非凡意义的，但是很大程度上也是量子力学对它的经典根源的一种极大的出乎意料的破坏。

量子力学先驱明白他们激进工作造成的潜在后果。尽管没有创造量子力学而是在它的解释上做出极大贡献的尼尔斯·玻尔在薛定谔引入波函数3年后的1929年写道：“在我们对自然的描述中，目的不是解释现象的真正的本质，而是尽可能追踪我们的经验各方面……之间的关系。”这里的“真正的本质”对应着德谟克利特所说的真相（truth），而“我们的经验”则指的是我们的感觉。本质是客观的，绝对的，一般的；经验是主观的，相对的，并且对单独个体而言是独特的。

通过用矩阵方法处理谐振子进而创造了量子力学的沃纳·海森堡坚持道：“客观实在的概念……因此消失在……明显的细节之中，它代表的不再是粒子的行为而是我们对这种行为的认知。”他相信，物理不是关于牛顿科学所假设的树或者电子，而是关于树和电子的观察和实验的结果在我们脑中产生了什么。短语“不再”清晰地流露出了他对所感知的经典物理的改变。

埃尔温·薛定谔在1931年说道：“一个人只能通过如下紧急命令来帮助自己：量子力学禁止关于现实存在的事物的声明，即关于客观的声明。它的声明仅仅处理主观—客观之间的关系。”换句话说，量子力学描述的是一个观察者（主观）在思索自然（客观）的时候所经历的东西。

随后数代物理学家并没有花太多心思在那样的哲学警告上。关于“本质”的担忧，“质疑的方法”“紧急命令”以及“主客观关系”都没有使

他们忧愁。他们很快意识到量子力学与飞速的科技发展结合在一起形成了一种令人惊讶的强健工具。在原子和核子级别对物质的理解有了很大的飞跃。新的量子设备，比如晶体管和激光，反过来更深入地探测原子，甚至将它们转换成民用产品，涉及范围从计算机到手机。量子力学生效了。20世纪下半叶，科学发现和发明的涌现极大地将波粒二象性、叠加、不确定性以及波函数塌缩的哲学疑虑置之不理。

但是奇异之处仍然存在。就如同经常发生的全球冲突一样，这个问题的关键在于边界的争议。一方面，我们用感觉所感知的熟悉的世界，这个世界用决定性的牛顿式的术语来描述。它是由自然的伟大定律表征的，原则上至少是由确定性表征的。另一方面，我们发现量子的世界，它是一个充满不确定性以及概率的世界。那么问题来了：一个领域的终结和另一个领域的起点在哪里?

一开始，这个答案很明显。既然量子力学是为了电子、光子、原子、核子发展出来的，于是就产生了一种印象，即量子现象必然是限制在微观世界，这个世界充满了数不尽的小到难以置信的物体。这个错误暗示了现代物理的三个相邻的分区：极大是由广义相对论统治，极快是由狭义相对论统治，极小是由量子力学统治。这三个现代物理分区环绕着牛顿力学统治的人类尺度的经典区域。

但是那个整洁的区域因为两个原因失败了——一个是现实的原因，另一个是哲学的原因。量子效应在更大的系统中被发现。例如，双缝实验一开始用光子和电子，随后用原子甚至富勒烯以及60个或70个碳原子组成的分子重复实验。病毒会是下一个实验对象吗？猫呢？最近，就像我在第4节提到的，一个传统的很小的音叉被用来展示量子效应。在天文领域，行星大小的中子星被发现，如同一个巨大的核子。甚至整个宇宙也被认为在它婴儿期曾遵循着量子力学的规律。很明显，量子力学只适用于微观世界的观点是错的。

哲学上反对将量子力学限制在原子和分子的想法甚至更具说服力。关于猛虎和鲨鱼的抱怨在这里依然行之有效，这两者一个统治着广袤的荒原，另一个统治着波动的海洋。不应该有基础不同的两种理论，即一个经典的，一个量子的，而仅有一个神奇的、易碎的被称为波函数的桥梁连接它们。只有一个理论，从这个理论可以简单的、令人信服的一致性推导出另外一个。要么是我们生活在经典世界，量子力学只是一个近似或者正好相反。

量子的领土和我们的领土之间的边界线是模糊且具有争议的。海森堡以他名字命名有时被称为海森堡截断（*Heisenberg cut*），认为它是量子系统的边界，比如一个原子是由波函数描述的，为观察它的装置就是经典的，遵循着经典法则。海森堡试图通过调整这个截断利用它未定义的位置——根据需要，将猫或者同事当作经典的或者作为一个大的量子物体去处理。这种无聊的话并没有给性急而又聪明的物理学家约翰·贝尔（John Bell，1928—1990）留下太深的印象。他最大的名声来源于将量子力学的意义争议从理论物理学家的办公室带到了实验室，在实验室中，他们可以通过实验去分辨。他嘲笑这个截断，称之为“善变的隔断”，对严格分析来说太模糊而毫无用处。

随着时间的推移，海森堡截断这个术语已经被多方面地用于二分的领域，比如宏观对微观、经典对量子、理智对感觉、客观对主观、确定对不确定、真实的对表面的、物理世界对观察者、疆域对地图……不变的是，这些缝隙是模糊的，不清晰的以及多变的。最终，我同时代的人以及转向量子贝叶斯理论的伙伴，康奈尔大学杰出的物理学家大卫·梅尔明（N.David Mermin）给这个讨论画上了句号。他建议，太多的口舌浪费在这上面，更多的讨论都是徒劳的。2012年，他写了一篇论文，该文章的副标题宣告了他的“稳固（fixing）这个变化的分割”意图（梅尔明有自己的写作方式，他的术语fixing指的既是修复又是稳定）。他争辩道，量子贝叶斯理论提供了一个清晰而具有说服力的定位以及定义这个分割的建议。事实上，它就是什么是客观的

（外在的，不受思想、感觉影响的，独立于个人感知的存在）和什么是主观的（内在的，感知的，存在于意识）之间的边界。但是与之前学者所言的主观形成对比的是，存在于人的意识，对量子贝叶斯者来说，主观同样也是严格的归于个人的：它存在于特定个人的意识中。根据梅尔明的观点，分割属于每个单独的个体。

每个人都意识到了（客观的）世界和（主观的）对自己经验的意识之间的差别。如果我是这个个体，客观世界就是内心之外的一切事物，包括其他个体，甚至我的身体。所有那些，如果我选择的话，都可以以量子力学的方式处理它们，以及由波函数描述。在分割的另一方面，是个人专有的事，而这些不论是我还是别人都无法作为一个客体去处理。它们是个人经验以及知觉。它们作为我所持有信念的以及关于未来经验的赌注的输入部分。它们是主观且独一无二地属于个人的。

如果一个门外汉和一个量子贝叶斯者在一个包含薛定谔的猫的封闭箱子那里相遇，门外汉或许很自信地声称："从过去的经验我可以知道这只猫要么是死的，要么是活的。"他或许讨论的是此时此刻的猫。量子贝叶斯者会更谨慎，说道："此刻我不知道猫的状态，但是根据我的量子力学的知识，我相信如果我立刻打开箱子，发现它是活的的概率是50%。"因此，门外汉和量子贝叶斯者都不会声称这只猫既是死的也是活的，但是量子贝叶斯者会谈到关于自己关于将来经历的置信程度，而不是猫现在的状态。

如果能够得知此结论，绰号为"笑的哲学家"的德谟克利特或许会笑。在两千多年之后，他的警告终于被听到。理智（Intellect）开始尊敬感觉（Sense）了。

第14节　实验室中的量子怪异

在早期，量子力学一直存在的概念问题多少有点脱离实际的味道。由于理论在实践中能很好的应用，其中的悖论看起来只是与方程的解释有关，而和真实的内容无关，大多数物理学家都觉得可以放心地忽略这些问题。像波函数塌缩、魏格纳的友人和薛定谔的猫这些问题都被认为属于理想实验，是在某些理想情况下理论上的练习，在实验室中则不可能做到。你不可能抓到正在塌缩的波函数或者在不观察猫的情况下判定它是否还健康。

但是理想实验不应该被立刻摒弃，因为有一些最终也变成了现实。例如20世纪初爱因斯坦从理想实验出发，最终开启了狭义相对论和广义相对论时代，这些理想实验经过非常大的修改之后进入实验室和天文台，产生了一些划时代的结果。类似的事情也发生在1935年他与同事鲍里斯·波多尔斯基（Boris Podolsky）、纳森·罗森（Nathan Rosen）合作的名为“量子力学对物理实在的描述能否认为是完备的？”的文章中。他们注意到，如果你可以真正地操作某个特定的原子进行实验，并且量子力学能够描述它，那么你就会得到奇怪和矛盾的结论。这就是著名的EPR悖论（Einstein-Podolsky-Rose paradox），它引起了爱因斯坦对量子力学的怀疑，也激起了一小群关心物理基础的哲学家、历史学家和物理学家积极而又似乎无休止的争论。在1955年爱因斯坦逝世之后，他们的理想实验才开始变成现实。

这里我不再遵循历史的脉络，而是跳过EPR相关实验的具体内容直接进入21世纪。你只要知道，最终这些实验证明了爱因斯坦对量子力学的担心是不必要的[注]。我用一个不同的但更容易理解的实验来阐明EPR的想法。和之前的那些实验不同，它不依赖于隐晦的统计关联

的分析或者量子现象中的随机性，而只是取决于单次的观测，并且能一针见血地展示出量子力学和常识之间的矛盾。

EPR基于两个一般性的假设。爱因斯坦认为它们都是不证自明的，但是这两个假设相互影响会得出传统量子力学是错误的，至少是不完备的。相反，如果量子力学事实上是正确的，那么你就必须放弃其中的一个假设。但是爱因斯坦没法使自己放弃任何一个假设，因此他寄希望于有一天量子力学能够更加完备。包括量子贝叶斯者在内的大多数物理学家都相信量子力学是完备的、正确的理论，所以他们只能被迫放弃其中一个EPR假设。

这两个尖锐的假设是定域性（*locality*）和实在论（*realism*），恰巧经典力学两者都满足。

第一个被认为EPR中不证自明的假设是定域性，爱因斯坦称之为没有“幽灵”般的远距离的相互作用。定域理论是指那些信号或者其他物理影响不会以无穷大的速度传播。相反，它们必须以多米诺骨牌的形式从时空中的一点向邻近点传播，而且速度不能超过光速。牛顿引力就有这种超距的作用，显然是违背定域性的，但它最终被满足定域性的广义相对论取代了。

量子力学中在两种情况下似乎会违背定域性。如我们已知道的波函数塌缩就是一个非定域过程，量子贝叶斯理论认为概率可解释为置信程度而不是物理实在。EPR类型的实验似乎也以一种相关但不同的方式违背了定域性。他们声称在某处测量一个物理量会瞬时的或者至少以超光速的速度影响远处的另一个测量。魔术师称这种事情为念动力，即仅通过意念的力量就可以移动物体。爱因斯坦称之为“幽灵”。

然而实验室展示的这种效应是如此令人吃惊，以致有些物理学家相信我们的世界实际上就是非定域的。整个世界是一个有联系的整体，当你在远处扰动它时，它就会颤抖。诚然这确实是一个比较有诗

意的见解，但否定它则是理解这个物质宇宙如何运作更富有成效的方式。

第二个被认为EPR中不证自明的假设，放弃它则比较困难。说到实在论我当然是指科学的实在，而非文学的、艺术的或者哲学的。可是，当你浏览权威的在线斯坦福哲学百科全书中的30页文章“科学实在论”时，你会发现它有180多条参考书目，而且有一条让人丧气的警告：“或许稍微夸张地说，每一个讨论科学实在论的作者对它都有着不同的描述。”

我们再次借用爱因斯坦简洁的智慧，他将实在论比喻为月亮，它就在那里，即使没人在看它。因此可以更一般地将实在论定义为物体的一些不受测量和观测影响的物理特性这样一个假设。更进一步我们可以提出实在意味着不受测量、观测，甚至想法和观念影响。EPR是这样定义实在的：“如果我们能精准地预言……某个物理量的值，并且不以任何方式扰动该系统，那么就存在一个实在的要素对应着这个物理量。”注

为了领会这个假设是如何在实践中运作的，我们可以考虑一个天文观测的例子。这样的观测毫无疑问是不会影响被观测的系统的。当伽利略发现木星的卫星时，一些多疑的天文学家认为它们源于当时望远镜的工艺，可能是由一些散乱的反射或者透镜的瑕疵导致的。事实上，在那个庞大的行星旁边有时是3个小点，有时是4个。而且它们的位置隔夜似乎都会变动。但是最终还是发现了规律，其中一个点的消失被解释为卫星正好转到木星的正面或者背面。对卫星位置的预言也是完全准确。从那时起这些木星、卫星和它们的位置就被称为实在的要素了。

总结下EPR的论断：同时假设定域论和实在论，量子力学是自相矛盾的。假如你和爱因斯坦一样坚持这两点，你一定会发现量子力学

的瑕疵。这是一个让人惊讶而又十分广泛的论断。大多数的物理预言都是更加具体或者更加谦逊，类似于“如果一个球从4英尺的高度坠下，那么它会在半秒钟内落地”这样的论断。然而，在它那不明确、模糊不清的前提下，我们已经可以用实验来验证EPR的论断，下面我将描述一个基于量子位的实验，为了简单，不考虑它包含的大量复杂仪器。此外，虽然这个实验是操作光子，我将用电子替代光子，因为电子是一个物质粒子，我们直觉上可能更容易接受。量子位的吸引力在于它们能够简洁地描述任何两态的量子系统，不管是有两个可能极化方向的光子还是沿某个轴自旋有两个可能方向的电子。

在开始之前我必须先介绍一个在我们的分析中非常重要的逻辑概念——传递性。传递性基于我们的常识。它说的是，如果爱丽丝和鲍勃的眼睛是同一种颜色的，同时鲍勃和查理也是，那么爱丽丝和查理的眼睛也必然是同一种颜色。等式就有传递性：如果$A=B$而且$B=C$，那么通过常识或者逻辑关系推断出$A=C$。量子实验中需要的传递性关系涉及方向的几何性质。如果A和B的自旋是同一方向的，B和C也是同一方向，那么A和C也必然是沿这一方向自旋的。不过你要记住电子的自旋在每次测量中只能沿着一个方向。

有了EPR论断、量子位、定域论、实在论和传递性，我们就可以开始讨论这个谜题了。

我将讨论的这个简化后的理想实验由丹尼尔·格林伯格（Daniel Greenberger）、迈克尔·霍恩（Michael Horne）和安东·蔡林格（Anton Zeilinger）在1989年提出，并且该实验在2000年得以实现。它可以分为四个阶段：准备、测量、预测和分析。

准备

使三个电子近距离接触，形成一个非常特殊的状态，被称为纠缠态。它的自旋波函数由三个量子位组合在一起，我分别用三个箭头来表示，它们对应水平或垂直方向的测量。当三个电子在彼此附近的时候，我们既不观测电子，也不测量它们的自旋。

经过这个关键的、极有技术难度的准备后，让电子分别飞向三个分离足够远的仪器，在那里我们将观测它们的自旋。这个纠缠态被安排成这样的形式：当其中两个电子的自旋是同一水平方向时，沿垂直方向测量第三个电子的自旋，它是朝上的。另外，如果两个水平方向的自旋是相反的，那么第三个垂直方向的自旋则向下。将右边、左边、上面和下面记为英文字母*R*，*L*，*U*和*D*，可能出现的观测只有*RRU*、*LLU*、*RLD*和*LRD*。用箭头符号表示，它们分别是（→，→，↑）、（←，←，↑）、（→，←，↓）和（←，→，↓）（见图3.2）。由于三个电子是可交换的，所以上面括号内箭头的顺序并不重要，所以最后两个其实是等价的。

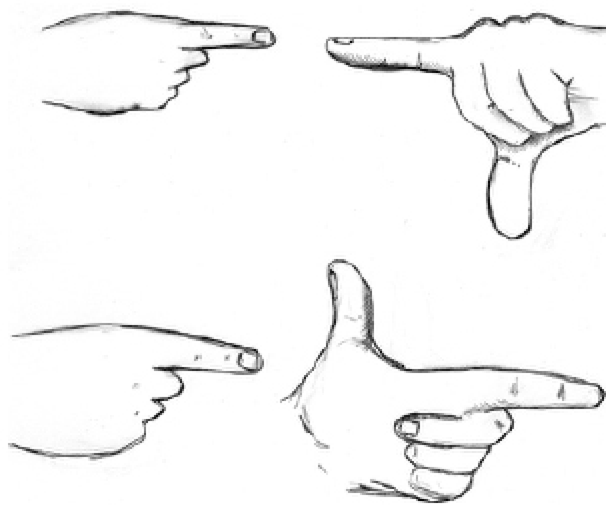


图3.2

可以用下面的方式帮助你记住这些组合：如果你两个食指指向同一水平方向，它们相互“赞同”，因此你的一个拇指就会指向上方。而

如果它们指向水平相反的方向，那么它们不“赞同”彼此，因此你的拇指朝向下方。

我们可以反复地检测准备的态，每次都会产生一个新的三电子组，并且使其中两个探测器沿水平方向，另一个沿垂直方向。这是很稳定的，从任何两个测量结果，都可以精准的预测出第三个的朝向。这可以被称为EPR中的一个实在的要素。我把对可能结果的限制称之为GHZ规则。整个实验过程中，三个电子的准备都不会以任何方式变动。

测量

这样准备好之后，三个电子将彼此分开，在远处的探测器中分别测量它们的自旋。然后，在准备阶段检测完成之后，探测器也要转动到不同的方向。三个探测器都只用来测量垂直方向的自旋。先依次得到其中两个探测器的结果，其结果是*UU*、*UD*、*DU*或者*DD*的其中一个。只保留出现*UU*的事件，其他的情况都不管。

预测

第三个探测器将会发现什么？第一个探测器结果为*U*意味着2和3电子是水平方向的自旋，如果测量它们，它们的方向一致。第二个*U*意味着1和3电子的是水平方向的，如果测量它们，它们也会方向一致。利用传递性或者根据常识，这意味着1和2电子朝向是一致的，因此第三个电子的朝向是垂直且向上。

总之，经典的预测是第三个探测器应该测量结果也是*U*。

另外，量子力学则明确地预言*UUU*的结果是被禁止的，而*UUD*是唯一可能的结果。这个预言可以直接从GHZ波函数得到，但是这里我不能更多地解释这些。重要的是，这是实验上已经证实的，暂且认可它吧！

*UUD*这个结果是无可争辩的和确定无疑的。比起其他的单次观测，它让人印象深刻，暗示着我们确实需要一场思想的革命。

分析

量子力学战胜了我们的常识，现在我们需要检测定域论和实在论受到的影响。根据EPR的论断，两者不可能都是主宰自然的定律。

首先，我们坚持实在论。如果物体携带某个特性，而且它的值在测量前就是存在的，观测只是显示它的存在，而非创造它，那么物体的这个特性就是实在的。想想第11节中爱丽丝和鲍勃密封的信中的红色和黑色的卡片，它们是真实的，即使在信封被打开之前，它们也存在。我们假设电子的自旋方向也是电子真实的属性。进一步假设，和量子力学的定律不同，电子的自旋可以同时有水平和垂直方向的值，并且总是服从GHZ法则（*RRU*、*LLU*、*RLD*和*LRD*）。

在这些假设下，在实验开始当电子都在一起时，它们的自旋都被预先指定。只有两种指定取值方式（和它们的镜像）遵循所要求的规则。在用符号表示时，每一对箭头指的是某一电子垂直的和水平的自旋值（我再次提醒读者，量子力学中由于不确定原理不可能同时测量垂直和水平方向的自旋值）。只有下面这些态是允许的：

↑→↑→↑→和它的镜像↑←↑←↑←

或者

↓→↓→↑←和它的镜像↓←↓←↑→

请自行检测上面的四种赋值方式满足GHZ规则。

而其他的赋值方式则不能遵循这个规则。例如，对于下面这个包含两个向上的测量的赋值方式，你能指出它在哪里违反GHZ规则吗？

↑→↑→↓→和它的镜像↑←↑←↓←

或者

↑→↑←↓←和它的镜像↑←↑→↓→

为了更详细地看到这些结果是怎么产生的，你可以从↑出发，然后根据GHZ规则建立起其他的态。紧接着你很快就会发现用上面预先赋值的自旋不可能获得观测到的结果*UUD*。唯一的解决方式就是祈求幽灵般的作用：前两次测量出*UU*以某种方式影响了最后一次测量，迫使它结果为*D*，这样就能得到量子力学的预言。如果你坚持要实在论，那么只能违背定域论。

另外，如果你放弃实在论（量子贝叶斯者就是这样做的），定域论就幸存下来了。这种情况下电子最初在某处相互作用产生纠缠的三电子态，量子波函数用来描述该态并且遵循GHZ规则。由于它并不是实在的，所以波函数声称描述的并不是事件真实的态。这和上面那些箭头试图要做的不一样。相反，波函数只是由量子位组成的一个巧妙的数学构造，并且在准备阶段和测量过程都能正确地预言出GHZ实验的结果。

GHZ实验能极好地说明佩列斯提出的准则：“没有完成的实验没有结果。”经典与量子物理的矛盾发生在实验的最后一个阶段，虽然没有

测量水平方向的自旋，但是仍假设它有确定的值。佩列斯警告性的言辞禁止同时给一个电子两个自旋方向赋值，例如，像↑、→这样的符号。

另外一种分析GHZ实验的方式是用隐变量理论，它们像封闭的信封中红色和黑色的卡片一样包含着一些隐匿的信息。这类理论能对量子力学的很多预言做出解释，并且不牺牲定域论和实在论，这恰是爱因斯坦所期待的。如果你假设存在迄今未发现的某些能携带信息的属性，那么你就可以通过调节这些属性的值给出许多量子力学的结果。例如，在GHZ实验中，这类理论可以在准备阶段取得成功。将垂直和水平的自旋当作隐变量，它们虽然不能同时被测量，但是可以同时被赋值，并且遵循GHZ规则。在GHZ实验中如果其中两个探测器是水平的，另一个是垂直的，那么量子力学、定域论和实在论就能够幸运地和平相处。

GHZ实验的关键在于下面这个有独创性的发现：当三个探测器都沿着垂直方向，即使再聪明的想法（包括隐变量理论）也无法避免量子力学和常识之间的直接矛盾。诸如密封信封中的卡片这样的隐变量允许经典物理学家讲出一个连续的、可信的故事——关于每一个实验中测量时到底发生了什么。这种可能性相当于说我们明白真正发生了什么，即使我们不通过观察证明它，也等同于假设了实在论。然而量子力学迫使我们放弃这类的故事，警告我们试图捏造它们的可怕后果。

GHZ实验并没有证明量子贝叶斯理论的正确性，但是量子贝叶斯理论通过放弃爱因斯坦、波多尔斯基和罗森类型的实在论，提供了一个简单的、有说服力的方式以避免远距离幽灵般的作用。

---

1. 1964年约翰·贝尔提出将EPR的想法成为现实的可能性。实验室真正开始实施他的想法开始于20世纪80年代，一直持续到今天。

2. Arthur Fine,“The Einstein-Podolsky-Rosen Argument in Quantum Theory”,The Stanford Encyclopedia of Philosophy,Winter 2014,http://plato.stanford.edu/archives/win2014/entries/qt-epr/.

第15节　物理现象都是定域的

量子力学中并没有明显的超距作用。例如，在GHZ实验中，用来描述三个电子自旋的波函数是由三个量子位组成。在这个描述中位置和时间甚至都没有被提到，所以根本就和距离不相关，更别说超距作用。相反，牛顿的万有引力定律则是一个明显的、瞬时超距作用的例子。因为它声称，当我移动时，我对你的吸引力也会瞬时发生变化。但是你如何用GHZ波函数，你用它来做什么以及如何解释它，这些可能导致你相信其中也暗含着超距作用。前面我们已经看到，如果你坚持认为波函数是真实的，你就被迫得出结论——探测器必然以某种方式相互交流，而测量结果是依赖于遥远的其他探测器的。如此幽灵般的相互作用是怎么发生的？这似乎和牛顿的引力理论一样的神秘。

爱因斯坦的狭义相对论和广义相对论明确地抛弃了物理现象中的超距作用。改述一句美国的格言：“所有的政治势力都是地方性的。”从根本上来讲，所有的物理现象都是定域的。

理查德·费曼为了把这个问题说清楚创造了一种聪明的方式。原子中的电子遭受原子核的吸引力和其他电子的排斥力。在粗糙的经典理论中，这些力都是用类似于牛顿引力的超距作用描述的：同荷排斥、异荷吸引。在量子理论的初期，为了得到原子的波函数，这些近似已经足够好。然而，最终电磁相互作用被量子化，因此不仅是电子，就连它们之间的力也要遵循量子力学的规则。完成这个任务的理论最终在20世纪中期完美呈现，它结合量子力学和经典电动力学，因此适当地被命名为量子电动力学（QED）。它能够以极高的精度描述光子和电子的行为。在第8节中我提到过电子的磁场强度就是它其中一个成功的标志。

为了更好地符合实验，这个理论被不断改善，同时它的复杂性也迅速地增加。最终由于需要大量繁杂的计算，结果不可避免会出现一些错误。费曼用他那敏锐的眼光发现了省力技巧，他注意到方程中隐含的共有的模式，并发展出了一套图形的语言——用于量子场论计算的数学速记法。费曼图（*Feynman diagrams*）是如此简单，以至于物理学家在餐厅讨论时，在餐巾纸上也能够潦草地画出它，以用来展现隐藏在艰深的数学背后抽象的观点。同时，费曼图中的每一条直线或者波浪线也能够通过一个详细的"菜单"转化成方程式。因此，费曼图迅速地被全世界粒子物理学家接受，成为通用的符号语言。

我学会解译的第一张费曼图是由两条实线和一条波浪线组成，它描述的是两个电子碰撞的过程（见图3.3）。电子之间的相互作用不再被认为是电荷之间的排斥力，而是由其中一个电子发射光子然后被另一个光子快速吸收而引起的（这种作用有时被比拟为两个冰球运动员传递球时所感受到的排斥力；抛球引起的反冲和接球受到的冲击力将两个运动员分开）。在这个图里面，时间是垂直向上的方向，随着电子彼此靠近，之后相互排斥，最终分离开来。在波浪线末端的两个黑点代表的是物理相互作用发生的时空点。对这个过程更精确的估算对应着更复杂的图形，它们都是由实线和波浪线组成，形状像蜘蛛网一般。每一个内部的交叉点都由一个黑点标记。四个悬挂着的端点代表入射和出射的电子——其他的一切像蜘蛛网一样坚固地连在一起。图形的内部没有"不牢固"的端点。

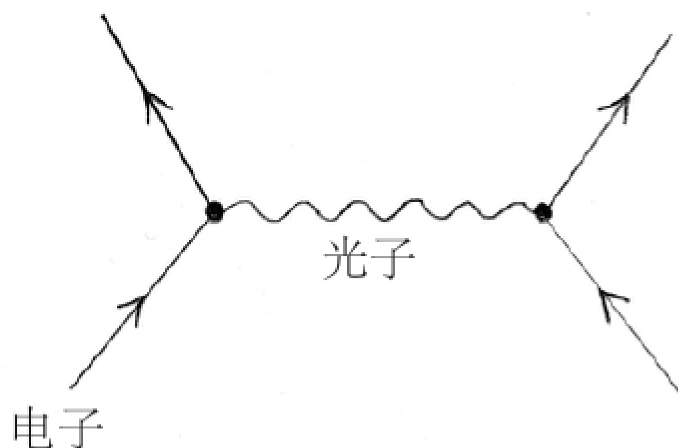


图3.3

费曼图最终被扩展到包含其他粒子，如中微子、夸克和胶子（见图3.4），还有最近刚被发现的希格斯玻色子。新的规则和图形符号也被制定出来。最终，整个理论在实验中被充分证实，以至于它获得了粒子物理标准模型的美称。为了探测标准模型，成批的物理学家、工程师夜以继日地工作，花费了数以亿计的金钱，造出了巨大的机器。虽然物理学家一直期待这个理论有一天会出错误，这样他们就可以发现新的东西，但是迄今为止，它依然表现得非常出色。

在之前半个世纪，成千上万个实验中用到的费曼图都有一个值得注意的共有特征：所有的外线都在一个黑点上结束，所有的内线的两端都有一个黑点。这意味着在理论描述中每一次相互作用都是在时间和空间的某一点发生，也就是说这是严格定域的。量子物理的数学表述也显然是定域的。

不管我们日常的经历，还是现代的理论物理学家或者爱因斯坦的直觉对定域性的理解都高度一致，这是很罕见的。

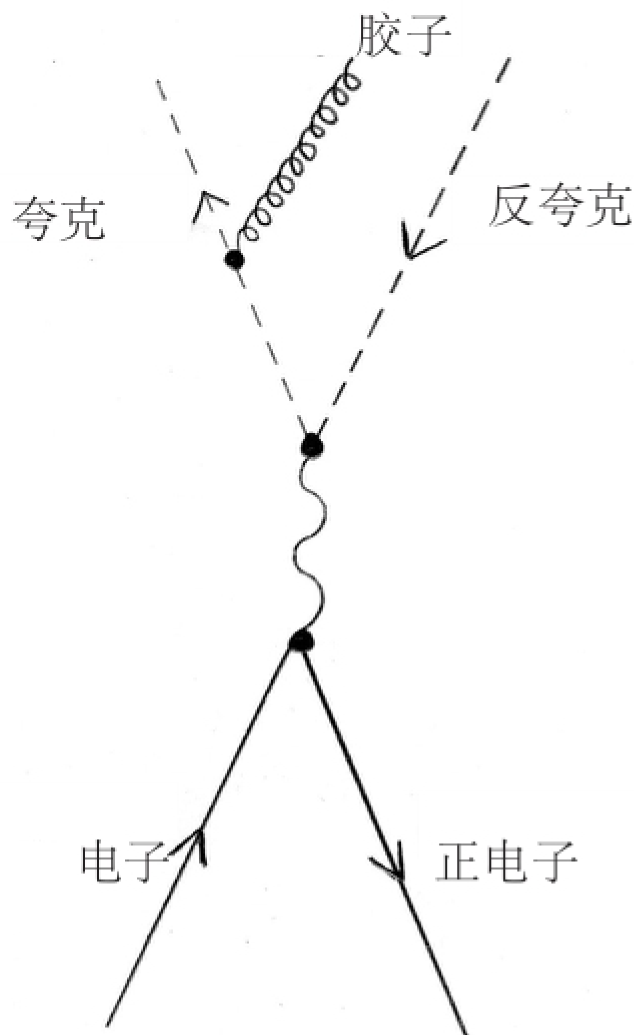


图3.4

先暂且不谈数学。虽然我们看到的基本方程都是严格的、局域的，但是仍需要给出相应的解释。爱因斯坦、波多尔斯基和罗森暗示我们如果坚持定域性，而且认为量子力学是正确的，那么就必须放弃实在论[注]。量子贝叶斯理论确实那么做了，但是仍有问题：根据量子贝叶斯理论的观点，相互作用到底是在哪一点（拉丁语中的loci）发生的？费曼图中的黑点毕竟不是时空中真实的点，而只是为了计算概率使用的数学描述。或者更直白地说，量子贝叶斯理论认为相互作用是在哪里发生的？

量子贝叶斯者的回答是非常规的，也是让人大吃一惊的。大卫·梅尔明和最初的量子贝叶斯者福克斯与沙克（Schack）解释道：“量子贝叶斯理论是定域的，因为它整个的目的就是使单个代理人能够建立起关于他自己经验的置信程度。”(注)个人的经历都被（局域地）记录在代理人的内心。他们会适时地倾听彼此，但是按照定义从不会在分离非常远的位置发生。他们彼此的关系与牛顿力学中两个有质量的物体有本质的差别。一个量子贝叶斯者不会声称当一个人移动时，远处的另一个人会感受到变化，因为量子贝叶斯理论只涉及一个单独的代理人的经验。

GHZ实验正好说明了这一点。假如一个叫爱丽丝的代理人操纵三台分离开来的探测器中的其中一台。根据以往的经验她明白三个自旋的关联方式，概括为GHZ规则。她的探测器测量了三个电子中的一个，发现结果为向上（*up*）。然后她接到另一台探测器的操作者鲍勃的电话，鲍勃告诉她测量结果也为向上。如果她是一个传统的量子物理学家，此刻她可以根据经典物理或者量子力学来预测查理最终读到的结果。如果她是一个量子贝叶斯者，那么就不会如此。这种情况下她顶多会说：“我非常肯定的是，当我收到查理的信息时，他会告诉我结果为向下（*down*）。”而当查理确实告诉她时，她才能下结论——经典物理是错误的。她知道量子力学确实起作用，除此之外她不能“解释”更多，但是她并不会试图将它讲成一个幽灵般的故事。根据福克斯等人的观点，对于爱丽丝“非定域性的问题根本不会出现”。

---

1. Arthur Fine,“The Einstein-Podolsky-Rosen Argument in QuantumTheory”,The Stanford Encyclopedia of Philosophy,Winter 2014 , http://plato.stanford.edu/archives/win2014/entries/qt-epr/.

2. Christopher A.Fuchs,N.David Mermin,and Rüdiger Schack,“An Introduction to QBism with an Application to the Locality of Quantum Mechanics”,American Journal of Physics 82,no.8(2014):749–754.

第16节　信念与必然

关于量子力学，爱因斯坦三分之二都是对的。爱因斯坦、波多尔斯基和罗森（EPR）的文章暗示了我们现在所知道的量子理论并不能解释为对自然定域的同时也是实在的描述。

定域论是由爱因斯坦提出的狭义相对论要求的。而他坚持的某种物理实在论却致使他“走向歧途”。

包括量子贝叶斯者在内的大多数人都和爱因斯坦一样有一种常识性的感觉：外界有一个真实的世界。对于那些声称世界只有思想和精神的人，著名的词典编纂者塞缪尔·约翰逊有一个坚决而据理力争的反驳。他踢到一块大石头然后声称：“我因此反驳了它。”由于他强有力的动作其实没有证明任何事情，类比于归谬法（*argumentum ad absurdum*），这通常被称为诉诸顽固（*argumentum ad lapidem*），被认为是不加修饰的否认。但是作为对直觉的表述，约翰逊博士的戏剧性行为则无疑有一种特别的吸引力。

我要讨论的问题达不到“实在是否存在”这个程度，只是一系列困扰学者很久的疑问：我们如何认知实在？和它又是如何相互作用的？我们又如何描绘它？物理学家一直试图避免考虑人类认知的方法与局限性，而把这些都归为形而上学的问题，直到量子力学在这些问题上雪上加霜。EPR文章的作者至少试图详细说明他们文章中实在的含义，即使他们的定义被发现过于局限。显然，爱因斯坦自己也意识到了，EPR文章出来之后他的通信中“实在的要素”这个短语就消失不见了(注)。但是由于这个定义简洁的优点，也因为暂时它也是足够好的（即使对于爱因斯坦来说），所以它对我们集中讨论也是有帮助的。

根据EPR，“如果我们能精准地预言（即概率是1）某个物理量的值，并且不以任何方式扰动该系统，那么就存在一个实在的要素对应着这个物理量”。这个著名的定义被表述为“如果……那么”类型的三段论式的陈述，其中前提和结论都是可争论的。这个前提暗示着一个可以反复成功的预言意味着确定性。那是归纳法（*argument by induction*）的一个例子，即从特殊的例子得到一般的结论。但是归纳法并没有逻辑的力量。即使你看到的所有天鹅都是白色的，也不能证明天鹅都是白色的。即使太阳长久以来每天都升起，也不是证明了它会永远如此，而且事实上，天文学家向我们保证它不会。注

EPR定义的推论试图从“确定性”到某种更有实质性的东西继续前行。如果它是确定的，它应该就是真实的。现实世界中存在着某种客观的物理机制，能够保证对正在讨论的物理量每次都成功做出预言。但是即使那些持久稳固的、可以预测的现象也并不一定揭示了更基础客观的真理。日常生活与科学活动也总是充满错觉、幻想、自欺欺人或者简单误解。光学错觉令人信服地展示了事实和感觉之间的鸿沟，其中可以在网上找到很多令人瞠目结舌的例子。

贝叶斯概率强调的是不断修改和提高个人的判断，对确定性意义提供了一个有效的解释。“概率等于1”的解释必须仔细地检验，贝叶斯定理特有的形式暗示了这点。回想下获得新的信息会通过乘以一个因子将先验概率变为后验的值。然而有一个数字不管乘以任何因子都不会改变，那就是零。零乘以任何有限大小的数结果仍是零。如果一个代理人将先验概率设为零，就意味着他将这个事件视为不可能或者这个命题是错误的，不管增加多少信息都不能改变他的这个信念。

可以证明，通过将命题变为它的反面就可以得到先验概率是1的情况。例如，我们可以问：“当一个苹果被放开时，它不落向地面的概率是多大？”（先验概率是0），而不是问：“当一个苹果被放开时，它落向地面的概率是多大？”（先验概率是1）然后再应用上一段的推理。

简而言之，贝叶斯定理并不会改变“必然”。如果用来修正先验概率的新证据恰好非常强，那么或许会出现问题。

贝叶斯理论统计学家通过一个简单的策略就应付了这一缺陷。除了那些数学上或者逻辑上的必然，他们简单地用非常接近0和1的数字取代先验概率0和1，然后从这些数字继续出发。

对于禁止取先验概率0和1这样的做法，数学家丹尼斯·林德利将此命名为克伦威尔规则（*Cromwells’rule*）。他的参考文献是一封奥利弗·克伦威尔（Oliver Cromwell）写给苏格兰教会大会的一封信，信中克伦威尔请他们别自找麻烦，不要将他们的信念当作不可更改的，是由“上帝的意识和思想”规定的真理。并且克伦威尔用了一个罕见的、令人难忘的措辞写道：“我恳求您，以耶稣的名义，想想您也可能是错误的。”克伦威尔规则是对谦逊、无偏见和保持怀疑态度的一种呼吁，这也是或者应该是科学事业的正确态度。

量子贝叶斯者则以一种不同于贝叶斯统计学家的角度看待克伦威尔的请求。他们修改对“必然”的解释，而不是改变相应的数值。这是因为像量子位这样的波函数确实允许取值为1或者0的概率，量子贝叶斯者则重新解释这些值。当一个代理人给某一事件的概率赋值为1时，到底意味着什么？根据贝叶斯概率的解释，它指的不过是代理人肯定该事件会发生，他愿意以低于1元的任意价格购买债券（如果事件发生，债券价值为1元）。然而它并不包含其他人对同一事件的概率的估计，或者现实世界的真实组成。

克伦威尔规则使我想起了在基础入门课中大多数学生都容易有的一个错误想法。我曾讲到0.999…非常非常地接近1，其中9后面的三个点表示循环小数，他们都同意这一观点。但是当我继续问，“你觉得它是比1稍微小那么一丁点吗？或者换句话说，0.999…<1这个表达式在数学上是正确的吗”？他们也通常回答“是”。

我会反驳，并非如此。“一丁点”并不是一个合理的数学术语。事实上，我问的问题的正确答案是“否”，也就是说，0.999…=1（为了说服你自己，先计算1/3=0.333…，然后在等式两边分别乘以3）。

当数学初学者在学到十进制计数法中的1，还有其他很多数字都可以写成两种不同的方式时，通常都会很惊讶，这需要你将思维猛扑到无穷然后再返回。想象一行没有结尾的9，这个过程在数学上称为趋向极限，但是计算机却不可能实现。实际计算中，截断这个无穷序列都会导致正确的不等式，如0.999<1，这里不涉及循环小数。

1=0.999…这个等式暗含着三种处理“必然”的不同方式。左手边的值和你的食指一样真实、实在，它表示绝对必然的设想，根据EPR的论断，这是由一个实在的要素保证的。它是简单的、真实的，也是有限的。右手边则是一个和无穷一样难以捉摸的抽象概念，它展示了量子贝叶斯理论对必然的解释。循环小数有其他在0和1之间的实数一样的外表，可以用来表示概率。象征性地，虽然0.999…和1是相等的，但是0.999…这个符号去掉了EPR赋予数字1的特殊地位。第三种考虑必然的方式是忽略后面的点，将等式变成约等式，1≈0.999，这一表示就是克伦威尔规则。因此，1、0.999…和0.999分别象征着EPR，量子贝叶斯者和贝叶斯理论统计学家解释看似没问题的“必然”这个概念的三种方式。

根据量子贝叶斯理论，0和1之间的概率的赋值只是代理人个人的相信程度，而并不代表对真实世界的陈述。这种令人吃惊的结论使这些赋值和其他的概率都一致。不同于EPR对实在的定义，并不存在概率接近于1与概率为1之间的质变，也没有从不确定到确定的量子跃迁，不需要克服诡异的分离，不会有突然从看法到事实的转变。我对“一个苹果在松手后会落地”的置信度比“今天下午要下雨”的置信度数值上要大一些。这两个判断虽然数值没有任何关系，但本质是一样的。

这种认知是量子贝叶斯理论最激进的结论之一，也可能是“物理学家最难以接受的量子贝叶斯理论的原理”[注]。很久以前，苏格兰教会大会的成员发现他们很难去怀疑自己的判决，因为他们都是以宗教信仰的名义进行审判的。他们拒绝奥利弗·克伦威尔热情的请求——不要把必然建立在信念的基础之上。在我们的时代，量子贝叶斯理论提出了更强的断言。它声称必然甚至也是信念的一种形式。

---

1. Arthur Fine,“The Einstein-Podolsky-Rosen Argument in Quantum Theory”,The Stanford Encyclopedia of Philosophy,Winter 2014,http://plato.stanford.edu/archives/win2014/entries/qt-epr/.
2. 和科学与哲学上基于归纳法的论断不同，数学中归纳法的证明是有效的。
3. Christopher A.Fuchs,N.David Mermin,and Rüdiger Schack,“AnIntroduction to QBism with an Application to the Locality of Quantum Mechanics”,American Journal of Physics 82,no.8(2014):755.

第四章　量子贝叶斯者的世界观

第17节　物理和人类经验

在量子贝叶斯理论发明之前，传统的量子力学认为，人类的认知一定藏在数学形式之内。魏格纳朋友的悖论展示了这么说的原因。如果两个朋友对一个量子习题的信息不一样，那么他们将给这个系统分配不一样的波函数。既然他们知道的信息不仅由系统本身，而且由他们自己过去的经验影响，那么这些各自的经验将影响他们对世界的模型的认识。

1961年，在尼尔斯·玻尔毕生追求量子力学真正意义的生命尽头，他写道："物理并不是一种对已经事先授予的事情的研究，而是整理以及审视人类经验的方法的发展。"注

说到"事先授予"，玻尔指的是被爱因斯坦称为"现实"的外部世界。它是约翰逊博士踢掉的石头。注意到玻尔在肯定主观的同时并没有完全排除客观。他所称的"事先给定"并不是不相关的，它的角色并不如我们被教导假设的离科学中心那么近。当实验学家、观察者以及理论家在研究一些对他们来说是外部事情的时候，他们所处理的并不是自然本身而是人类经验中自然反映给他们的。

玻尔的警句就像他的许多神谕般的声明，最终都如同进入聋耳一般消失了。当我还是一个学生，并且在学习量子力学的时候，我百分百肯定我从未听到关于人类经验的任何一个字。即使我听说过玻尔的言论，我或许也不明白它。不仅仅因为它和我关于科学被训练所相信的一切相冲突，同样是因为他的言辞很模糊。"整理和审视人类经验的这些方法"到底应该是什么？传统的量子力学给出了系统的调研以及将物质世界映入数学术语清晰而且明显的方法，涉及的范围从基本粒子的微观世界到宏观宇宙。但是，那些创造并且使用这些映射的人的印

象、思想和记忆都被很小心地从这些方程中抹去了。如果玻尔是对的，那么这些主观因素如何在这个形式中被发现呢?

在玻尔逝世50年后，量子贝叶斯最终设法用一种直接的形式给出了他的神秘声明的意义。实现他洞见的关键在于概率的概念。量子贝叶斯、量子理论的核心支柱和概率不是一件事。它不是如频率概率所言的给定的东西。诸如“一个无偏的硬币出现头面的概率”看上去不受人类的影响。它将一个声明变成了一个事实。但是量子贝叶斯理论宣称，在逻辑和经验上来讲，概率事实上应该被作为相信的程度，因此基于代理人的经验。

量子贝叶斯者赞同玻尔的观点，但是前进了一大步。不像玻尔那样宣称与一般的人类经验相关，而是根据与单个代理相关，以及与特定的一个人有关。那么，这个人是谁? 作为强调，克里斯用披头士（The Beatles）热情洋溢的副歌作为回答：“I–I–me–me–mine.”他指的是每个彼此相离且独立的单个量子力学使用者。根据量子贝叶斯理论，量子力学提供了一种方法，这种方法使每个代理人能够调研并且组织他们的个人经验。如果这个听上去就像是自然大厦的以自我为中心的混乱或者嘈杂的形式的解药而不是一个基本的原则，那是因为我们习惯于歪曲我们关于科学的眼界。量子贝叶斯者的解释暗示着在量子力学所涉及的不同方向以及扩展到所有的科学，在缩小了视野的同时也扩大了视野。它代表着一种彻底的缩小，因为量子贝叶斯理论将概率的相关性限制在单个物体上。同时也意味着巨大的扩大，因为包含代理的经验不仅仅是测量电子的自旋或者激光束的频率。用约翰·贝尔（John Bell）的话说就是，在更多的事前是无用的事件，但那时却包含了所有的个人经验，包括从前和现在。

尽管作为一个代理人，我有足够的自由给予我的未来经历分配各种概率，但是这些概率必须与概率积分相一致。它们必须彼此不冲突。举例来说，在打扑克的时候，如果我相信获得K的概率是20%，那

么同时给获得黑桃K分配30%的概率将是愚蠢的。相反，我不可能一直给获得花牌预测有10%的概率。心理学家和经济学家已经表明，基于错误的直觉，我们大部分人习惯性地无视概率的正式规则，尽管这些规则禁止了这种无意义的直觉。在心理学实验中，人们表达出了荒诞的想法，比如，在特定时间段内，底特律比密歇根有更多的谋杀。这种似是而非的行为会带来很可怕的金融和社会结构，但这似乎就是人类环境的一部分吧。然而，在科学领域，它是被连根拔除掉的，因此才不会自我毁灭和自我矛盾。因为简洁的数学语言保证了逻辑的一致性，原因在于它的术语远比我们日常言语更清晰和更无歧义。

特定的代理人经验、整个的概率分配网络与世界上其他人是不一样的。概率网就像雪花一样，每一个都是错综复杂且独一无二的。但是代理人之间的一致性呢？如果每一个代理人都活在自己做的个人概率的“茧”里，且内在一致，但是彼此之间却没有任何一致性，那么科学将在个人爱好的泡泡中瓦解。被当作科学经验的东西视野的扩大，将科学和人类精巧技艺结合在一起。在过去和现在将我和我的同事以及合作者，甚至是其他科学圈子的人联系在一起的是我和他们交流的个人经验和我所阅读的每一本书、每一篇文章，我所听到的每一个报告，参加的每一个对话，以及所看到的每一幅图，目睹的每一次测量，都是加入到我清醒意志的一个新经验，这些都是修改我概率分配的背景信息。因此，尽管每一个代理人的经验集合是独一无二的，每一个都包含有很大的等同共享的核心。举例而言，我了解并遵循牛顿法则，因为我们学习并且使用它们计算我们未来的先验概率。基于共同的经验，个人经验分配网络之间重叠的巨大碎片给科学带来了秩序。小的个人分歧有利于革新与进步。

根据量子贝叶斯理论，量子力学不是描述这个世界，而是一门理解它的技巧。我们的未来经验将只能用概率去描述。根据环境的不同，它们可以是经典或者量子的概率，但它们都是贝叶斯概率。举例而言，在我们的试验中，电子或许被认为是一个传播波函数的量子系

统，但是在一定条件下，它的运动就像高尔夫球一样。相反的，在量子力学框架下，魏格纳也许将他的朋友当作一个经典物体，直到他被迫构建一个将他朋友和电子纠缠在一起的波函数。

发展一个包容的、一致的世界观是一项艰难的任务。这段征程任重道远，但是量子贝叶斯理论给出了如何抵达目的地的方法。

采用量子贝叶斯理论作为新的世界观的基础给我带来深层次的满足感。它最终将我和自然法则以及创造它们的人联系在了一起。它使我以一种不曾参与甚至可能去思考的方式卷入了这个物理的伟大篇章。

我也不再进行科学研究，如果我之前仍在做这个，那么我或许一生将继续做着过去一直做的事。也许会把量子力学当作一种可靠的工具，计算着波函数，从波函数中推断概率，并且催促着我的实验同行将它与实验数据比较。

我所追求的是根据“科学的方法”去研究。现在一些小学教室中挂着五颜六色的挂图，这些挂图列出了差不多标准形式的科学方法的步骤：“（1）思考问题。（2）做背景研究。（3）做出假设。（4）进行一个实验。”为什么挂图的边上不会起名艺术方法？因为即使是哲学家也无法准确以一个广泛接受的方式去定义艺术，更遑论艺术的方法。艺术的事业只是太人性而无法在海报上描述。它以最基本的方式涉及感觉、特质以及个体的差异，以致将艺术方法套进定义之中不仅不可能而且副作用明显。

如果艺术方法太人性而难以标准化，那么标准化的科学方法则面临着相反的问题。在科学领域的标准描述中，并没有给予个体以及个体差异的容身之处。它更像是一系列草坪割草机的指南而不是描述人类大胆冒险的绘画。

量子贝叶斯理论给予了更吸引人的观点。将量子力学的每个使用者和每个地理的个体放置在这个活动的中间，“量子贝叶斯理论将科学家放回了科学”，如同大卫·梅尔明2014年在期刊自然（*Nature*）中写的那样(注)。对我来说，这意味着作为一个物理学家，不仅仅是遵循着演化千年却没有我参与的一套规则。相反，量子贝叶斯理论允许我感知到我在独立地工作，而这是由我自己的经验与思想所引导的。当然，我也受到了杰出的前辈的思想启发以及滋养。最终，重要的是我个人的概率分配。量子贝叶斯理论内化了它们，因而人性化了科学。

量子贝叶斯理论意味着观念的根本上的变化。它将传统的自上而下的观点颠倒过来，提供了自下而上的关于宇宙的描述。传统物理学将客观和主观彼此分离，尝试着从有个普遍而有优势的观点去审视这个世界。自然法则是固定且不可变的。物质的宇宙就在那里，由这些法则统治着，并且不会受到我们这些冥思苦想它的微不足道的人的影响。时间也是客观的，在这种意义下，它与个人感觉、信仰，以及观点无关，尽管有相对论所描述的速度和引力的效果使它的流逝变得复杂。人类的思考尽管永远无法达到上帝的才智但总希望能捕捉到一点点神圣的智慧。在剩下的五节中，我将探索量子如何复兴这种世界观，并替换成更简单的一种观点，即不是从一般到特殊，而是尝试着寻找特殊的个人经验中的一般性。

---

1. Christopher A.Fuchs,N.David Mermin,and Rüdiger Schack,“An Introduction to QBism with an Application to the Locality of Quantum Mechanics”,American Journal of Physics 82,no.8(2014):749.
2. N.David Mermin,“QBism Puts the Scientist Back into Science”,Nature 507(March 27,2014):421–423.

第18节　自然定律

这是人类最古老的谜题之一：人类意识独立，是否能与我们作为整个宇宙的一部分，必然要遵循自然严格的定律这一事实之间协调？

——马克斯·普朗克，《科学的走向？》（*Where Is Science Going*?）㊟

发现自然定律并不像找到一个新的行星或者一类新物种的蚂蚁那么简单。相反，一般它们都是基于有限的观测和实验凭空构造出来。从普朗克这个难得的例子中我们知道，它们的构造需要的不只是逻辑和数学，也需要想象力、直觉、洞察力以及悟性。以归纳法——根据特例推断出一般结论——发现这些定律，往往和人类任何努力一样很容易犯错误。

我们可以将一次简单的观测结果记录下来，然后就可以和其他人分享，而发现一个新的科学原理往往不同，它通常源于一个假说（或者一个猜想，理查德·费曼称之为“一种生硬的方式”），然而在它得到“自然定律”这个崇高的地位之前仍需要长时间的磨炼。以牛顿的引力公式为例，它是物理学中被选定为定律的最早假说之一。最初遭受怀疑时还会有人嘲笑，经过10余年的时间科学界和公众才接受它。一个接一个成功的解释和预言（潮汐力、地球赤道区鼓起、对日食和彗星的预测等）使引力逐渐获取了信任，最终走向了科学的圣殿。

假说结晶成为定律的方式类似于预测转变为爱因斯坦、波多尔斯基和罗森意义下的实在的要素。两种情况下都是一种信念不断增强并且逐渐走向确定。一旦假说被赋予享有盛名的自然定律，它的意义也会开始变化。定律不只是被用来描述事物而且是用以控制或支配它

们。它开始以“法律的名义”统治世界。或者反过来，如普朗克表达的，宇宙开始受定律施加的严格规则支配。

我们知道人类社会的法律来自哪里以及如何制定，但是自然的定律来自哪里？对于像牛顿那样的信徒来说，上帝颁布了这样的“法令”并使之到我们能理解它的程度，我们只能试图理解并感激上帝那一丁点的智慧。这种观点认为自然定律是神圣的法令，如此而已。不幸的是，宗教解释有避免争论的倾向而不是刺激好奇心和新发现。

而对于像普朗克这样的经典物理学家，包括现在我绝大多数同事都认为自然定律带有绝对事物的意味。诚然，我们都知道并且接受这样一个事实：理论发展，突变，并且也有被召回的可能，但是在没有被证实是错误之前，定律总是被假定为拥有绝对的影响力。例如，狭义相对论是绝对的，虽然这听起来似乎和它的名字矛盾。我们尚未发现与之矛盾的现象，因此它被认为是普遍有效的。所有的物理定理都必须服从狭义相对论，除非发现有说服力的事实证实它是错误的。同样，所有自然定律都是绝对有效的，直到有更进一步的发现。

自然定律掌控世界这一见解遍及科学教育中。当一个学童被问到冰球和球棒撞击后为什么仍一直滑动而不是立刻停下来，他被期望按照这样的方式回答：“因为动量守恒定律。”我们相信定律会控制无生命的物质，冰球只是在按它无上权力的主人——一条自然定律——的要求做应该做的事情。这种意义下，是定律“引起”冰球持续的运动——就像交通法规使司机遵循速度限制一样。但是既然冰球并没有自由意识，它所“遵守”的自然定律一定和高速上的速度限制有某些意义深远的差异。

所以自然定律的地位是什么？它从哪里来？是谁编造了它？它存在于哪里？它是否以某种方式隐藏在物质或者宇宙的时空之中？它是如何强制执行的？在它被规定之前它也是有效的吗？如果我们对自然定律的来源一无所知，它难道不是一个真正的奇迹吗？最初牛顿万有

引力就是一个奇迹。自然的定律本身是否可能是超自然的，存在于科学之上？

通常，和在生活中一样，在科学中你总是通过学习一个事物是如何产生的，进而学习它到底是什么；一个现象的历史会透露出它的含义。由于自然定律诞生于科学家的思想中，或许我们应该在那里寻找能够揭示它们本质的线索，而不是在自然界本身或者超越它的地方寻求答案。

量子贝叶斯理论对自然定律地位这个问题的答案比起宗教或者超自然解释要接地气得多。量子贝叶斯理论者将概率解释为对未来经历的期望的测量，这暗示着传统观念中将自然定律提升到如此超常的地位应当反过来。量子贝叶斯者认为事物并不是因为自然定律才按照它们的方式发展，而是因为事物按照它们的方式发展所以相应的自然定律才被发明出来。

自然定律因此扮演着新的角色：不是决定事件，而是描述事件以往的经验。它们是对信息极其有效的总结，是计算机科学家称作数据压缩的杰出示例。牛顿万有引力定律中那八个简单的符号所包含的信息量是难以想象的——就如“2的根号”可以简洁地表述无穷长的一连串的数字。一旦将之视为对信息的总结，定律（*law*）这个词似乎就不那么恰当了。或许规则（*rule*）这个词更能准确地表达相应的意思（英语中*rule*这个词源于*regula*，意为一个直木棍）。一个规则可以解释为一种观测到的规律性而不是从上面施加的法令——虽然它或许和定律一样基础，同样不容更改。例如，电磁学中的右手规则（right-hand rule）用于判断一个有电流的电线的磁场方向，这个规则和交通法规一样严格，但是它只是有一个比较谦逊的名字而已。

在量子贝叶斯者的世界观中，自然定律是逐步获得信任，并以一种逐渐递减的变化趋近于确定性。就像一个放射性原子已经衰变的概率在0到1之间，但是不会到达两个极端（除非它被观测了），一个自

然定律确实有效的概率也是在0（在我们做出第一次猜测之前）和1之间变动——从来不会完全确定。克伦威尔规则不仅适用于概率而且也适用于自然定律。为了缓和它们绝对的有效性，我们可以为怀疑留下微小的门缝，这样未来我们必然要修正它们时就能为之做好充分的准备。

我非常确信面前桌子上的杯子不会自发地飘向天花板——但是我不会轻率地声称我绝对地确信。我愿意为我的确信打赌，但是我也会保留一点怀疑。事实上，即使是经典物理学家也会承认这有极小可能性，空气分子极其罕见地突然聚集在杯子底下确实能够将它举起来，就像举起气球一样。

我在大学已经教授半个世纪的自然定律，量子贝叶斯理论让我从一个新的角度看待它们。这些定律是一代代物理学家经验和智慧的总结，但是它们既不是绝对的，也不是严格死板的。它们是人类的创造物，因此是可以塑造的——至少原则上如此。

在本节开始的引言中，普朗克提到严格的决定论，而量子贝叶斯者对自然定律的解释则将我们从这个牢笼中释放出来。量子贝叶斯理论说的严格决定论的对立面又是什么？是关于人类的自由意识吗？

---

1. 该引言取自普朗克的《科学的走向？》（Where Is Science Going?）trans.James Murphy(New York:W.W.Norton&Company,1932),107。

第19节　石头反踢一脚

美国科学家约翰·阿奇博尔德·惠勒（John Archibald Wheeler）对核子物理有开创性的贡献，而他为大众知晓则是因为他提出黑洞（*black hole*）概念。在科学界，他不仅被视为一个大胆的、富有想象力的理论学家，而且还是一位善于启发学生的老师。他最著名的学生就是美国物理学家中的老顽童、诺贝尔奖获得者理查德·费曼（RichardFeynman）。费曼的博士论文是在惠勒的指导下完成的。40年后在得克萨斯大学（University of Texas），惠勒是克里斯的本科生导师，他鼓励克里斯潜心研究基础物理学，而当时大多数人最多将此视为一个边缘化的课题。从老师那里克里斯得知想要更深层理解量子力学本身，进而扩展到对整个物理重新认知，最有希望的一条途径或许是量子信息。因此，约翰·惠勒可以被称为量子贝叶斯理论的教父。

惠勒喜欢以一种玄妙深奥而且神谕般的语言提出被称为“真正的大问题”（Really Big Questions，RBQs）。其中有为什么是量子的？（Why the quantum?）万物源于比特？（It from bit?）参与性宇宙？（A participatory universe?）

第一个问题困扰过普朗克，而现在它仍让人难以捉摸。在本书的开始我就提出普朗克的$e=hf$是量子力学的标志。它从哪里来？最初它是一个没有证据的假设，然而现在它可以由更基本、更复杂的量子力学原理推断出来。可是这些原理最简单的本质又是什么？或许这个RBQ确实意义深远，也许它没有答案，或者最可能的是它的措辞不恰当。例如，假设我们的宇宙难以触及的部分是量子力学的领域，而在经典的世界中我们恰巧没有注意到那里，那么这个问题或许就会反过来。如果量子和存在一样不可解释，那么真正的问题或许应该是为什么是经典的？无论如何，惠勒喜欢问为什么，而不是问如何，这暗示

了他对形而上学的喜好。他觉得，关于存在和实在的意义这类哲学问题应当在物理学中重新获取它们应有的位置，因为从物理学中它们已经被驱逐了长达一个世纪。福克斯将这个建议牢牢地记在心中。

第二个RBQ是万物源于比特？这是数据压缩的一个极端例子。惠勒提出它时无比自信地略去了后面的问号。这三个简单的词简练而又完整地概括了惠勒的哲学思想，它提出的信息是理解自然的关键之处。这个被视为信息单元的比特（*bit*）是否比组成万物（*it*）的化学意义的原子更加基本？对“万物源于比特”这一极其重要的形而上学探索，量子贝叶斯理论是21世纪的第一回，但肯定不是最后一个。

他最激进的一个问题是：参与式宇宙？惠勒想要强调的是我们从量子力学中学到的教训——实验和测量并不是一个被动的、分离的观测者检测外在的、独立存在的世界，而经典物理自从德谟克利特以来一直采用这样的假设。相反，观测者与他正在研究的物体是密切相关的，而不仅仅是作为信息的记录者。我们是代理人，与世界发生作用并且参与测量结果的创造过程。

量子贝叶斯理论肯定并且详尽回答了惠勒的这个问题。从最开始量子力学就沉浸在被称为测量（*measurements*）的物理实验中。一个仪器被装配起来测量量子系统的某些特性，如电子自旋的方向。紧接着，为了预言测量结果的概率，波函数被计算出来，实验成功之后，相应的数据就可以拿来和波函数的预测比较。

很多物理学家反对测量，他们指出这个词很有误导性。它似乎暗示着实验的结果是在做实验之前就是存在的，只不过等待着我们发现而已。例如，测量一个婴儿的体重之前，我们先默认了婴儿有一个固定的体重，只是还不知道而已。测量只是揭开数值的面纱并将它公之于众。

然而，在量子力学中，未完成的实验没有结果。电子自旋没有固定方向，除非我们完成了测量。代表自旋的量子位并没有比特值，直到这个波函数塌缩到上或者下。事实上，如果假设电子有一个隐藏的自旋值，那么就会导致错误——正如GHZ实验向我们展示的一样。不事先假定电子自旋值并不会有问题，错误的是自旋值事先存在这一基本假定。

根据量子贝叶斯理论的观点，一次测量并不是揭露出事先存在的值。相反，那个值是通过代理人和量子系统的作用创造出来的。

克里斯解释道：

量子贝叶斯理论声称，当代理人接触一个量子系统时——当他做一次量子测量时，那个作用就会出现，正如字面意义上描述的那样。伴随着代理人对这个系统的作用发生，新的事物来到这个世界，它们之前并不存在：这就是测量结果，那个采取行动的代理人造成的不可预测的结果。惠勒是这样说的，引用他的原话："每一个基本的量子现象都是一种'事实创造'的基本行为。"[注]

那就是惠勒口中参与式宇宙的含义。当我们生活并且在做自己的事时，我们不只是在和宇宙发生作用——我们也在持续地参与它的创造中。

这听起来有些自大，但是量子贝叶斯理论并不想为创造宇宙获得赞许。和这个世界构造相比，一次量子力学实验创造的只是几乎无形的极小的附加物，而不是整体上的事物。它们起到的作用是展示什么是可能的。此外，正如混沌理论告诉我们的，即使再小的起因都可能产生重大的后果（关键短语"蝴蝶效应"：在墨西哥的一只蝴蝶扇动它的翅膀可能最终会引起得州的一场飓风）。但是即使考虑这样可能的杠杆效应，在没有实验物理学家的帮助下整个宇宙显然还是形成了，

只是如何形成我们还没有完全弄明白。但是惠勒这位曾经有远见的人却毫不犹豫地孤注一掷：

不能避开这样一个具有挑战性的问题。是否全部的存在物，不是建立在粒子或者力场或者多维几何的基础之上，而是基于数以亿计的基本的量子现象？这些都是“观测者参与”的基本作用，其中最优雅的存在物是通过科学的进步强加于我们的一部分。注

“观测者参与的基本作用”这个表述是有误导性的。参与量子实验，观测测量结果确实使物理学家发现量子理论，但是真实宇宙中涉及的基本作用或许比物理实验室的测量要常见的多。如果一个观测者——代理人连同他的实验仪器——被当作一个大的量子系统，那么一次实验本质上就是两个量子系统的相互作用，我们知道这最终会创造出新的事实。当任何两个量子系统恰巧碰到一起时，都会创造出同样类型的事实。根据惠勒的说法，那或许就是宇宙持续创造的机制：量子系统相遇并且相互作用，从而创造出新的事实。惠勒将他的第三个真正的大问题留给了未来的物理学家回答。克里斯和量子贝叶斯者已经向最终的目标迈出了第一步。

量子力学的贝叶斯解释的反对者经常批评的是他们对“实在”的看法。因为他们认为波函数和概率并不是真的实在，所以量子贝叶斯者被指责为完全否定实在——一个没有事实根据且毫无逻辑可言的控告。

事实上，量子贝叶斯者坚定地相信真实的世界在我们之外确实存在。但是他们否定科学家只是客观的观测者和实在的记录者。相反，他们将自身视为观测的一部分，视为信息的积极参与者。在观测者参与的意义下，观测者和被观测者处于同等的地位，没有谁能主导。也有可能，每一个粒子，甚至每一个代理人都是宇宙创造的参与者。

以这种方式理解，量子贝叶斯理论的宇宙不是静态的，而是动态的。这不太像一个复杂的钟表，而更像一个还在演化的恒星的内部，常规意义上它并不活跃，但却充斥着能量的产生和意想不到的事情频繁发生。它是真实的却又模糊不清，是客观的却又不可预测，内容丰富却仍在持续演化。

不仅不否定实在，量子贝叶斯者相信，什么是实在的判断依据根本上来自量子力学本身。克里斯表示："我们恰恰相信在我们之外存在一个世界，因为我们发现自身（从世界中）会得到一些不可预测的反馈。"为了说明他的想法，他提到一个典型的实验。一个代理人以特定的配置安排好他的量子实验装备，其中如何配置是由他的自由意识决定的。他可以主观计算出测量的各种可能结果的概率，但是他只能做这么多。与他的实验仪器作用的外在世界决定最终会发生什么——哪种可能实际上出现了。"因此，"克里斯做出结论，"我会说在这次量子测量中我们以最基本的方式接触了世界的实在。"[注]

约翰逊博士认为他展示了物理实在的本质，因为他和他的听众能够确定无疑地预测踢石头时他将会有怎样的体验。石头可以当作爱因斯坦式的"实在的要素"的一个例子。但是如果他踢到的是一个"量子石头"，他就不得不设法预测多种可能结果中的一个，每一个都有相应的概率。真实发生什么并不只是这位尊敬的博士用他的自由意识决定的，也不是由石头严格遵循的自然定律决定的，而是两者碰撞到一起才发生的。根据克里斯的说法，在量子实验中会经常遇到不能准确预测的情况，这比带着确定性的经典物理展示给我们更多世界真实的本质，而且它们能够被发掘。在我们这个真实的量子世界中，观测者踢那块石头而石头也会反踢他一脚。

---

1. Christopher A.Fuchs,"QBism,the Perimeter of Quantum Bayesianism",March 26,2010,http://arxiv.org/abs/1003.5209.

2. Christopher A.Fuchs,“QBism,the Perimeter of Quantum Bayesianism”,March 26,2010,http://arxiv.org/abs/1003.5209.
3. Christopher A.Fuchs,“The Anti-Viejo Interpretation of Quantum Mechanics”,April 25,2002,11,http://arxiv.org/abs/quant-ph/0204146。这篇文章出现在QBism这个词被创造出来之前。

第20节　现在的问题

我11岁时曾试图让时间静止。虽然我有些摸不着头脑，而且对不可阻止的时间流动隐约感到震惊，但是我渐渐接受不可能将时间完全停止这一事实。然而，我仍想知道，我能否至少将某些参考点在某一时刻停止，使它们永远保持固定的位置。我不能明确地表达这一想法，但是从生活经验中我意识到回忆越久远的时刻，记得的事情也越模糊，所以即使我选取了过去某一固定时刻，它也会很快变得黯淡无光，逐渐消失。为了确保我不会忘记它，我决定选取未来某一时刻而不是过去，然后将它像蝴蝶标本一样用大头针固定住。

事先我就知道必须仔细准备这一时刻，以确保当时观察力极其敏锐，并且充分知道周围环境。一次单独的火车旅行给我提供了这样的机会，从瑞士的巴塞尔我祖父母家回到我们在苏黎世附近的家。我知道在离开巴塞尔不久火车会经过一片森林，从右边的窗户可以看到森林的一块空地上有一座非常漂亮的小城堡。我喜欢看到这童话般的法式城堡，它黄色的砖墙和用赭石装修的城垛是让人永不厌倦的美景。

就在那天，我让自己做好充分准备，仔细检查并尽可能详细地记住周围的事物。如今，已经过去了70年，对当时的场景我依然记忆犹新。当时我没有手机，也没有相机，但是我的那段回忆却栩栩如生。那是在一个温暖的秋日午后，车厢几乎没人，破旧的木质座椅很坚硬，让人坐着很不舒服，车轮有节奏地发出声音，经常的短途旅行使我对它十分熟悉，要不是如此集中注意力在我的任务上，我一定会被它催眠。当我面前出现那块空地时，那座城堡非常接近那些小道，它即将出现，我用一个孩子尽可能有的注意力，在火车经过的那一瞬间，我喊道，“现在”！我甚至都没有注意到，那些同车厢的乘客是否被我的喊声震惊到。我捕获了我的时刻。我让时间停止了。

多年之后，我才知道这座建筑其实是费尔德堡（Feldschlösschen）啤酒厂的一部分，在它生产的啤酒标签上就有显示，多少对此有些失望。

在我之后生活中的那么多难忘的时刻，没有一个是被有意选出来用于终止时间的。有时，在关于时间的演讲中，我会给听众讲费尔德堡啤酒厂的故事，并且引导他们重新做这个实验。我们会简要介绍接下来将要发生的事情以及为什么，并且一直增强对即将来临的时刻的期待，直到我们几乎可以从身体上感觉到它的到来——越来越近，它犹如一种不可言喻的运动靠近我们。最终，我们会一起从10开始倒计时，最后一致地喊出“现在”！之后我们会重新提起那个时刻并且尝试描述那一真实的片刻与它很快消退的记忆之间的相似和差别。我的学生都很喜欢这个游戏，但是对于我来说，这些后来的“现在”相比于最初的那次缺少意向性和新奇性。这些后来重做的实验都在我的记忆中逐渐消失。让我高兴的是，有一次我偶然遇到一个学生，他告诉我仍记得10年之前的那次体验。

讨论时间的麻烦在于它并不存在。过去的已逝去，只留在记忆和记录中。而未来还未到来。如果用一条时空中的曲线表示一个粒子的旅程，过去和未来相交的点——现在——只是一条线上的一个点。就像一个点在空间上没有延伸，它在时间上也缺少持续。它是数学上理想化的事物，一个抽象的概念和想法。

然而，现在是我们对时间唯一直接的体验。一旦我们考虑过去时，就会意识到掉入记忆的深渊。想象未来，我们也会意识到自己在期待着那些尚未到来的事情。而我们对“现在”却有深入骨髓的体会，每一个人对它都非常了解，因为我们就在与它互动。事实上，根据佛教的教义和现代心理学的知识，完全沉浸在此刻是使精神和心灵健康的秘诀。考虑到心理学中“现在”的巨大意义，我们用一个点代表它似乎就显得有些荒唐，不合适了。

爱因斯坦也曾担心过“现在”这个问题。那时他在阿劳（Aarau）上学，经过费尔德堡啤酒厂后面的山走不到20英里就能到那里。某种意义上讲，正是他使这个问题变得更糟糕。牛顿的绝对时空观认为宇宙间任何地方的时间都是一样的，爱因斯坦抛弃了这个观点，取而代之的是相对的时空观，时间依赖于观测者的运动状态和周围的引力大小，这也在他心中播下了对现在这个特殊概念困惑的种子。但是他关心的是更基本的问题。哲学家鲁道夫·卡尔纳普（Rudolf Carnap）曾描述过一段与爱因斯坦的对话，其中爱因斯坦解释道：“对现在的体现是一种对人来说特殊的东西，一种本质上与过去和未来都不同的事物，但是这个重要的差异是不会也不可能在物理中出现的。无法通过科学手段理解它，这似乎对他来说是一件痛苦但不可避免的顺从。”[注]

康奈尔大学物理学家大卫·梅尔明意识到虽然过去、现在和未来的差别对量子力学的解释显得是一个稍微次要的问题，但是量子贝叶斯理论对现在这个问题提供了一个有说服力的解决方案。既然物理是与代理人对未来的体验的概率估计（0和1之间的值）相关的，现在这个概念就像其他人类体验一样，对于每一个代理人都是独一无二的。如果我将自己描绘成时空中的一点，那么我可以像做自己的事情一样画出一条曲线代表我的位置和手表上的读数。我对环境的记忆和记录手表上的时间就是不断前进的现在时刻。这条线随着时间的流逝不可避免地向前延伸，它被分为我的过去和未来两部分，并且在现在时刻两部分相遇。那个图像和解释对物理学来说是完全可以接受的。

量子贝叶斯理论带来了两个新的见解。它明确地提出了人类的体验，而像爱因斯坦这样的经典物理学家都认为科学应当与此无关。另外它提醒我们地图非疆域。虽然我作为一个代理人用一个点表示自己，但是我清楚地知道我并不只是一个点。我的现在也不是，此刻的我正在输入这些文字，而当你们读到它们时，那一时刻已经消失得无影无踪。然而我的身体和我的现在都不仅仅是一些点，就像电子不只是一个量子位一样。

梅尔明继续解释说，虽然现在的体验是个人的，但是它可以被共享，正如魏格纳和他的朋友分享彼此测量电子自旋的经历一样。因为物理过程都是定域的，愿意共享的代理人必须极为接近——彼此交换信号的时间可以忽略。这种情况下甚至都不用考虑复杂的相对论效应。两个在同一地点的观察者或代理人，只要他们一直在一起，他们的"现在"就会保持一致。因此当我的妻子与我在晚上共同饮酒时，我们就是在经历着同样的现在。当我在课堂上喊道："现在！"，在那一刻我和学生也都在同一个现在。但是当学生下课后分散到遥远的地方，我们的"现在"就会分化到各自的体验，没有什么共同之处。

像往常一样，爱因斯坦总是超越着他所处的时代。关于物理无力处理现在这个问题，当他表示沮丧时，其实他确切地指出了下一代极其感兴趣的一个问题。梅尔明关于现在的意义的看法是直接的，也是有说服力的，但是他描绘的只是对微妙而丰富现象一种可能的且最简单的近似。当被放大到足够的倍数观察时，上一个句子结尾的句号也会变成一个充满相互作用的粒子的缤纷世界。同样地，如果仔细地检查，我的现在也会是一个奇妙、复杂而且意味深长的现象。在物理学家能对它多一些认知之前，那些用经典的方法处理细胞和电流的神经系统学家则要参与进来。

无论如何，我的现在在很大程度上是一种受环境限制的体验。它很大的一部分必须和最接近我的物理环境和处所有关，例如，我年幼时的那个实验中的车厢和车窗外的美景。那个场景中的一部分通过我的眼睛进入意识，但是大部分都不在我的视线内，而是以具体方位——什么在我的后面、上面和下面——储存在我的瞬时记忆中。除了视觉上的环境，还有在那个特殊的"现在"时刻之前我的听觉、味觉和情绪上的体验。

然而，最有趣的是意识到对将来的期待会影响现在。在我们称之为现在的那一点模糊的周围不仅通过记忆向后延展，也能够稍微向前

延展。大脑并不像一般认为的仅仅是一个被动反应的器官，它很大程度上也是一个能预言的器官。通常，在我们察觉不到的情况下，大脑会产生天文数字量级的预言，以让我们对下一刻会发生什么有所应对。即使简单的如伸手去拿一杯咖啡这样的动作也包含迅速且有秩序地（非随机地）控制50块左右手和手臂上不同的肌肉，这个计算任务复杂到让人震惊，而没有它手就不可能拿到杯子。那些默默无闻的活动使我们能够在世界中生存下来[注]。它是现在隐藏的一部分。

量子贝叶斯理论提供了一种描述人类行为的最自然的方式。过去的经验提供的先验概率可用来预测身体对特定的电脉冲会如何反应，而真实的知觉输入（用物理的术语就是“测量”）通过贝叶斯定理更新概率。新的概率反过来引导接下来的神经脉冲控制肌肉。

如果这一人类知觉的模型被证明是成功的，那么对“现在”的微观解释就能够简洁地融入量子贝叶斯理论的世界观中。进化论期待着也将有具体的科学解释。爱因斯坦曾期待把“现在”纳入物理学框架。最终，他的梦想将会以一种他想象不到的方式实现。

---

1. N.David Mermin,“QBism as CBism:Solving the Prob lem of‘theNow’”,http://arXiv.org:1312.7825.
2. Rodolfo R.Llina’s and Sisir Roy,“The‘Prediction Imperative’as the Basis for Self-Awareness”,Philosophical Transactions of the Royal Society,364(2009):1301–1307.

第21节　一张完美的地图

《爱丽丝梦游仙境》的作者路易斯·卡罗尔（Lewis Carroll）在他最后一篇小说中描述了一张完美的地图：

然后是最重要的想法！我们实际上制造了这个国家的一张地图，跨越了很大的尺度！但是它庞大的规模也引来麻烦：它从未被传播开……农民反对它：他们说它会覆盖住整个国家，并遮住阳光！因此我们现在用这个国家自身作为它的地图，而且我向你保证它几乎有同样的效果。注

物理学家则更精致。从牛顿时代开始，类似于这张完美地图和完美的数学模型的想法一直是物理学最终极的目标。由于十分明白地图非疆域，并且运用数学不可思议的压缩数据的能力，物理学家心中的完美地图必须是一对一的，不太像路易斯·卡罗尔描述的地图，而是有下面这些特性：物理世界的任何特征在地图上都有对应，没有例外，相反地图上的每一个元素也应该代表现实世界的一部分。例如，原子说——物质是由原子和它们之间的空隙组成——就是完美地图上的一部分，牛顿的万有引力也是。

完美地图以终极视角描述世界。如果我们人类理解了它，那么我们就相当于知道了终极的想法。完美地图是一个遥远的目标，即使经典物理学家也无法完全实现。这不但因为我们无法以无限精度记录一个粒子的位置，而且也由于混沌系统的存在。随着计算机技术在20世纪最后20年的蓬勃发展，人们研究混沌系统时发现了更大的问题。在这样的系统中，即使你开始以很小的误差确定坐标位置，数学上的预言和系统真实的状态之间的差异也会迅速地增长到不可接受的程度。

换句话说，在这样真实的物理系统中，预测遥远未来的状态是不可能的。

在经典物理中不可能有一张完美地图，只是实践上的问题，但是它作为一个理想的理论完美地图仍是可想象的。即使我们做不到，总有一天也会看到不同的世界，我们也可以努力去靠近这样的观点。但是量子贝叶斯理论用它内在的随机性以及贝叶斯概率终止了我们能够知道终极想法的梦想。

量子力学已经用实验向我们证实，并迫使我们承认绝对确定的预言是不可能得到的，而量子贝叶斯理论提供了一个对量子力学合理的解释，它暗示着科学并不是关于最根本的实在，而是关于什么是我们可以合理期待的。包括爱因斯坦在内的很多人都认为放弃追寻完美地图就意味着悲伤地承认失败，但是我们在第9节遇到的马库斯·阿普尔比对这个问题则有一种比较乐观的看法。(注)

首先，他指出量子贝叶斯理论并没有以任何方式贬低量子力学巨大的成功，它不仅帮助我们理解物质世界，也通过生物化学和神经科学让我们接触到生命的本质。知道什么是我们可以合理期待的，它们多么稳固，明白这些我们才能理解并掌握这个世界。

其次，量子贝叶斯理论使物理学与人类的思想和感觉更接近，相比于那些生硬的唯物主义，它或许更有机会解决意识这个古老的谜题，以及大脑在其中起到的作用。他强调目前这只是一个期望。然而阿普尔比的结论既让人吃惊又让人惊喜：

“知道终极的想法”是不现实的。但我会更进一步，质疑这个想法是否那么有吸引力。假设我们能够完全理解宇宙，难道这不会让人觉得它有点局限吗？如果宇宙确实能完全地被理解，那么这将意味着它和我们一样是有限的。这对我来说，生活在这样的一个宇宙犹如在6英寸深的水中游泳……我个人的感觉是我并不希望生活在属于一个我可

以完全理解的宇宙中。我反对“物理学家作为知道终极思想的人”，相反我想要选择另一种方式：物理学家就像在远比我们深的水中游泳，或许我们永远触摸不到底。注

与阿普尔比形成对比，如果我们为无法找到完美地图而悲伤，那么或许可以从路易斯·卡罗尔的建议中获得安慰：疆域本身也同样可以作为向导帮助我们找到附近的路。量子贝叶斯理论展示了如何做到。我们对疆域的经验——外在世界——提供了我们需要的线索，帮助我们计算出在下一个拐角我们可以合理地期待发现什么。除此之外，我们还需要更多吗?

---

1. Lewis Carroll,Sylvie and Bruno,Concluded(London:Macmillan,1893),chap.11.
2. Marcus Appleby,“Concerning Dice and Divinity”,November 26,2006,http://arxiv.org/abs/quant-ph/0611261.
3. Marcus Appleby,“Concerning Dice and Divinity”,November 26,2006,http://arxiv.org/abs/quant-ph/0611261.

第22节　未来之路

理查德·费曼因他在电子与光子基础理论——量子电动力学——的发展中做出的贡献而被授予1965年的诺贝尔奖，在获奖演讲中他讲述了自己真实的科研历程——死胡同，走弯路，选错方向，等等。[注]在这个追寻的过程中，很多情况下一个理论可以用不同的数学语言描述出来，并且最终这些表述都被证明在逻辑上是等价的，他也渐渐明白了其中的价值。例如，他知道量子力学可以用波函数或者矩阵的语言表达出来，而他自己也基于经典路径的系统设计了第三种方式，但它表面上看和前两种表述方式一点也不像。即使是19世纪硕果累累的电磁经典理论，费曼也激进地改造它们。

用不同的方式陈述同一件事的目的在于加深理解。在我的教学生涯中，我早已意识到重复同样的文字去解释不同的课题而引起痛苦的徒劳感。利用新的措辞和新奇的数学结构表达本质同样的意思必然会带来新的暗示、想象和寓意，这些反过来会加深理解。因此，当费曼开始投入这个让他不朽的工作——将电动力学和量子力学结合起来，他的数学工具箱不只有两个理论标准的版本，还有多种等价的变种。

费曼之所以是费曼，是因为他挖掘得更深。这些多重地再表述的意义是什么呢？“它对我来说显得很奇怪，”他说，“那些物理的基本定律被发现的时候，能以如此多不同的形式出现，起初它们并不是很明显等价，但是，用一些小的数学技巧你就可以展现出它们的关系……我不知道这是为什么——它仍是一个谜，但这是我从经验中学到的。”

当然，费曼在他的演讲中提出了一个答案：“我不知道自然选择这些古怪的形式意义何在，但是也许这是定义简单的一种方式。或许如

果你能用多种不同的方式描述同一事物，并且不会立刻知道你描述的是同一事物，那么这个事物就是简单的。”

从这个角度来看，是什么简单的事物推动量子力学奇特的表述？就像约翰·惠勒说的“为什么是量子”？量子贝叶斯理论还没有回答这个问题。与在附录中列举的其他各种流派一样，量子贝叶斯理论也是一种对已存在理论的解释，而不是像费曼那样的重新表述。量子贝叶斯理论重要而且有力，并且在哲学上也蕴含着长远的意义，但是它并不影响量子力学的技术细节，它的结论现在仍不能从实验上验证。它只改变了所涉及的概念的意义——尤其是概率。目前仍缺少的是给旧理论一个完全崭新的面貌。

但现在还是它发展的初级阶段。一个新的科学思想的最重要特性就是它应当是启发性的，能够引起进一步的研究，激发灵感和新的问题。“启发性的”（*heuristic*）这个词来自希腊语，意为发现（*finding*）：一个启发性的想法刺激你得到新的发现。1905年爱因斯坦一篇著名的论文引入光子能量$e=hf$，在这篇论文的标题中，他将他的提议描述为有启发性的[注]。20世纪物理学的发展证实了这个量子假设的描述非常有先见之明。量子贝叶斯理论有希望在寻找量子力学真正意义这个事业上扮演启发性的角色。

量子贝叶斯理论提出为什么用波函数？我们真的需要那个抽象的数学手段吗？它似乎造成了很多矛盾，而且最终它在提供概率之前必须先塌缩。量子力学难道不能绕过波函数含混的状态和复数分量，直接用取值在0和1之间实数的概率来描述吗？如果那是可能的，这些被称为波函数的奇怪映射就能被抛弃，退出科学历史的舞台。

事实上这是可能的。虽然波函数很实用，但是并没有人证明过它是实现叠加现象的唯一方法，我们是受经典波启发才采用它。待解决的问题不是能不能用不同方式重写这个理论，而是同时要保持简单。

将波函数的数学构造转化为概率的语言是一种可行的方法，原则上没有问题，但如果不巧妙地处理，可能得到一个异常复杂而且形式丑陋的理论。如果被证实确实如此，那么对物理学家来说这就没有太多价值。这有点像描述太阳系不用优美的开普勒椭圆曲线，而是选择某个行星为参考编造一个不得当的坐标。这是一种倒退。

量子贝叶斯者无所畏惧，他们一直在追寻一套方案，使量子规则以概率而非波函数表述。在完成这个数学练习的过程中，他们无意中发现了一种优美、通用的方法，可以将任何实验中可测量的概率转化为更原始、更基本的“标准”概率的求和［这个过程让人想到欧几里得的算术基本定理（*fundamental theorem of arithmetic*），它允许任何一个整数被唯一地分解为素数的乘积。在整个数学历史中，这个定理都扮演着重要的角色］。最近，这样标准的量子测量已经在实验室中实现，而且和量子贝叶斯理论所预期的一样简单、有用。㊟

看到将量子概率表示为标准的概率的公式会让人大吃一惊。它和传统的经典概率中的一个基本公式像极了，该公式对应的是可通过多种不同通道实现某一结果的概率。例如，在抛硬币这个例子中，正面向上和反面向上概率的和应该是1（对于一个公平硬币1/2+1/2=1）。这就是说，如果只有两种可能结果，其中一种或者另一种结果必有一个出现。这是经典概率理论中被称为全概率公式的一个最简单的例子。在用贝叶斯方法计算患癌症概率的例子中，我们偷偷地用了这个公式，其中得到阳性检测结果的总概率$P(+)$被表述为真阳性和假阳性概率的和。

在量子贝叶斯理论中，这个定律的经典形式不再成立。例如，费曼优美的双缝实验中，当两个缝都打开时电子出现的概率并不等于其中一个打开、另一个关闭时两个概率的和㊟。量子概率并不能直接相加——它们可以干涉，甚至可以相互抵消。这一点是如此基本，以至于双缝实验被费曼选中，用来展示量子力学“唯一”谜题。

因此，这不仅让人惊喜，更让人欣慰。作为和经典概率极像的定律，量子贝叶斯者得到的新公式被称为量子全概率公式。但是这两个公式看起来太像了，只有一项微小的差别——这一差别源于量子力学。你或许会猜它一定和无所不在的普朗克常数*h*相关，然而并不是这样，某种意义上来说，这个多余的差别甚至比普朗克常数*h*更基本。

在我向你们展示那个微小量子差异是什么之前，我必须为我的一个疏忽忏悔。和生活一样，科学意想不到的挫折也会突然出现。我刚才描述的那个公式并没有完全被证明，其中有一个麻烦的纯数学上的技术细节阻碍着进展。这一小的技术缺口已经引起了一群国际上的数学家和物理学家的关注。虽然容易猜想出解决方案，但是真正的证明仍让人难以捉摸。到目前为止已有10年的努力，但在这个过程中，它显示出了与纯数学之间优美但迄今仍未知的联系。数学家乔恩·亚德（Jon Yard）甚至提出这个猜想或许与大卫·希尔伯特（David Hilbert）1900年23个著名问题中的一个尚未解决的问题有关系（这个让人振奋的清单，这些年已经被成功地削减到它原来长度的一半，而且仍在挑战并激励着数学家）。如果这个猜想被证实，并且能帮助解决一个希尔伯特问题，甚至一个问题的一部分，量子贝叶斯理论将再次展现它启发性的力量，这必然会赢得数学家和物理学家更多的敬意。(注)

回到全概率的问题。全概率的量子形式和经典相似物的项被证实是一个整数，被称为正在讨论系统的量子维度，通常记为*d*。这个量子维度和时间、空间没有任何关系，而是和一个量子系统中能出现的态的个数联系在一起。它反映波函数所在抽象空间的维度，当波函数被表示为矩阵时，它反映的是矩阵的尺度大小。例如，量子位的量子维度是2，这反映的是量子位球有一个二维的表面。对于GHZ三电子系统，d=8，然而对于其他系统d甚至可以一直到无穷大。

量子维度刻画的是任何一个系统内在的、不能再简化的量子特性，它比普朗克常数更加基本，它显示了与经典行为的偏离。质量刻

画的是实物的惯性和引力特性，克里斯把量子维度的物理意义比作质量。量子维度在量子力学的计算中往往是隐含着的，难得有像量子全概率公式中这样明显的情况。它是物质世界天生的性质而且无法被人类感知，这多少有点类似于无处不在的由质量引起的时空弯曲，我们却无法感知。

如果发现了那个缺失的数学证明，那么量子贝叶斯者将会手握一个强大的新工具。为什么是量子的？弄清量子维度的实际意义将是接近这个问题答案的重要一步。同时量子全概率公式或许是抛弃波函数后量子力学新的表述的基础，正如费曼指出的，这必将加深我们的理解。那当然是克里斯的期待。特别地，他想要能够将量子全概率公式放置在量子力学的基础公理体系中。

马库斯·阿普尔比的一个提议比这个技术的发展更具有猜想性。他认为量子贝叶斯理论或许是连接心理学和物理学之间的桥梁，并能解决关于人类自我意识、自由意志和肉体精神关系等古老而又复杂的问题。至少量子贝叶斯理论将物理学从德谟克利特的魔咒中解放出来。古希腊哲学家德谟克利特认为，即使我们从自己的思想、感觉和知觉中分离出来，也能够以存在于外界的自我的身份完全客观地理解世界。没有量子贝叶斯理论走出的这一步，德谟克利特的咒骂（“可怜的心……你的胜利也正是你的失败处”）就会继续作祟。

但我们也必须要有耐心。你想想，从古希腊的原子论思想到今天在扫描隧道显微镜中看到真正的原子，足足经历了2000多年。

阿普尔比似乎对科学新阶段的到来更加乐观。在一次与他的交谈中，谈及将物理学和心理学连合成精神物理学这一潮流，他告诉我这一项目或许要花费“百年时间”才能完成。考虑到现代科学的发展节奏，那个估计听起来就像承认失败了一样，但阿普尔比是一个数学家，他们惯于等待。例如，费马最后一个定理在1994年被证明，其间令人沮丧的357年都是失败的尝试。像阿普尔比一样，数学家和哲学家

通常会从长远的角度看待量子贝叶斯理论的希望，但物理学家则不同。

量子贝叶斯理论最初的三巨头之一吕迪格·沙克（Rüdiger Schack）则更加自信。“我以一个预测结束吧，”他在2014年的一个采访中说，“25年之后，当新一代的科学家已经接受贝叶斯概率的思想时，量子贝叶斯理论就会被广泛地接受，那时量子力学的基础就不再是一个问题了。”注

其间能做些什么？马克斯·普朗克有过类似的著名评论：“一个新的科学真理的胜利往往不是通过说服反对者使他们领悟，而是因为反对者最终消失，新一代成长起来，他们从一开始就对它很熟悉。”注诚然，作为科学历史的真实描述，这个评定或许过于简单化，但对于那些想向世界介绍新蓝图的人，这确是良言。新一代的成员熟悉一个理论唯一的方法就是学习它。量子贝叶斯者相信个人获得新的信息是科学发展的核心机制，最明智的方法也是广泛而且明确地传播他们的想法。如普朗克所说，广泛播种比恐吓要好。

克里斯就是这个策略的化身。他像当今的游吟诗人一般，带着迷人的微笑、诙谐的妙语和无限的热忱穿行于世界之中。他以笔记本为琴，数学就是他弹出的旋律，而幻灯片就是他的羊皮纸。带着这些，他将量子贝叶斯理论的信息传遍全球。在旅途中，克里斯已经建立起了一个让人吃惊的、广泛分布的圈子，包括他的合作者、同事、学生、朋友，甚至批评者，他们之间的邮件来往也是数不胜数。他的目的就是确保那些支持量子力学传统观点的旧一代的物理学家（我就属于这一类）去世之后，新一代已经熟悉量子贝叶斯理论。逐渐地，他的努力取得了成功，赢得了新的皈依者。我确信最终量子贝叶斯理论一定会取得胜利，成为“一个新的科学真理”。从1900年马克斯·普朗克不惜冒险的量子假说开始，在这条漫长而蜿蜒的道路上，量子贝叶斯理论也必然是一个里程碑。

1. Richard Feynman,http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1965/feynman-lecture.html.
2. Albert Einstein,“über einen die Erzeugung und Verwandlung desLichtes betreff enden heuristischen Gesichtspunkt”,Annalen der Physik 17,no.6(1905):132–148.
3. N.Bent,H.Qassim,A.A.Tahir,D.Sych,G.Leuchs,L.L.SánchezSoto,E.Karimi,and R.W.Boyd,“Experimental Realization of Quantum Tomography of Photonic Qudits via Symmetric Informationally Complete Positive Operator-Valued Mea sures”,Physical Review X5(October 12,2015):1-12,http://journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/PhysRevX.5.041006.
4. Rüdiger Schack,https://intelligence.org/2014/04/29/ruediger-schack/.
5. Jon Yard,http://physik.univie.ac.at/uploads/media/Yard_Jon_05.06.14.pdf.
6. Jon Yard,http://physik.univie.ac.at/uploads/media/Yard_Jon_05.06.14.pdf.
7. http://www.gutzitiert.de/zitat_autor_max_planck_thema_wissenschaft_zitat 27498.html._

附录 量子力学的四种其他解释

自从1926年量子力学被发现，已经出现了一打对它物理意义的诠释，并且每一个都有众多的变种。由于这些解释都和理论的实际应用没有关系，所以它们大部分都没法在实验上证实或者证伪。因此它们几乎都没有退出这个想法“市场”，还不时地受到关注和欢迎。量子贝叶斯理论大概是最激进的一个。以往的那些解释都是在量子力学可接受的数学定理的基础上增加上层的理论构造，而量子贝叶斯理论不同，它通过修改理论的基本要素的意义而挖掘它们的本质，如概率、确定性和测量等。

下面我们按受欢迎程度列举现在最主要的四种诠释，受欢迎程度是通过非正式的（没有科学意义）物理学家的投票决定的[注]。

哥本哈根解释

这个解释的名字来自位于哥本哈根的尼尔斯·玻尔研究所。那里是正统的量子力学诞生的地方，玻尔和海森堡在其中做出了主要的贡献，当然也有其他人的功劳。

量子贝叶斯理论保留了哥本哈根解释中的很多要素，但也有区别。

量子系统可观测的特性被共同地称为它的量子态。而量子态通常用波函数或者等价矩阵来描述。一般情况下，波函数包含虚数，例如-1的根号。从波函数出发，概率（0和1之间的实数）可以通过标准

的规则（玻恩定则）得到。这个概率指的是实验上观测或测量结果的可能性。

一次测量以某种方式引起最初的波函数塌缩到新的态，对应着实验的真实测量结果。重复同样的实验，可以得到随机的不同结果，并且它们有不同的出现频率，就像重复掷骰子一样。

虽然保留了同样的数学结构，量子贝叶斯理论和哥本哈根解释的区别在于它对波函数、概率以及塌缩的解释。量子贝叶斯者眼中一个特定系统的波函数并不是人人都一样的或者独立于观测者的，而是取决于每一个代理人自己。它依赖于每一个代理人的知识、经验，因此是主观的。量子贝叶斯者从波函数得到的概率是主观化的贝叶斯的置信度，而不是客观的或者频率论的。波函数塌缩并不是一个物理过程——由于实验引发的态的变化——而是知道新的信息之后通过贝叶斯定理对概率的重新估值。

多世界诠释

避免波函数塌缩问题的最直接方法就是消除塌缩。这一釜底抽薪的方式最近几年赢得了很多的追随者。多世界诠释假设宇宙整体是一个波函数，它平稳地演化并且可被预言。在一个实验中波函数并不塌缩。相反，整个宇宙的波函数分裂为多个分支，分支的个数取决于可能测量结果的个数。观测者只知道其中一个结果，并且会继续生活在那个分支。因此，宇宙连续的分离称为巨大的多重宇宙，这些宇宙之间不能相互交流，每一个可能的结果都会在这些不同种类的某个真实宇宙中发生。

这一诠释的主要反对意见在于它对我们想象力过高的要求。更技术的问题在于它不能对分支的原因做出说明，以及很难证实从整个宇

宙波函数得到特定事件的概率规则。

导航波或导向场诠释

电动力学和广义相对论等场论上的成功也启发了一些物理学家。他们喜欢从量子力学广为接受的数学结构出发，试图将它重新写成一个新的格式，其中爱因斯坦有段时间也热衷这种想法。这一过程会产生一个表达式，它就像真实的力场一样以一种决定性的、可预测的方式控制粒子的运动。这种场和电磁场以及引力场相似但截然不同。当包含多个粒子（如N个粒子）时，这一“量子力”的意象就会出现问题。这一情况下的场并不是存在于我们熟悉的三维空间，而是在抽象的3N维空间。然而传统的哥本哈根解释的波函数也有这种类似的性质，这就降低了导向场直观上的吸引力。更大的问题在于导向场明显是非定域的，就像牛顿引力一样。导航波诠释的修改版本不断地被提出讨论，以使它和狭义相对论相容，并且包含自旋。

自发塌缩理论

因为这类模型在传统的量子力学构架中加入了完全新的机制，所以它们应该被称为理论而非诠释。这样看来，塌缩是自然的事件，而不需要观测者诱发。它们都是自发发生的，但很难出现，所以并不会影响个别的小的量子系统的相互作用。然而当量子系统和一个大的经典的测量仪器发生相互作用时，这种效应被放大以至于整个波函数引起塌缩。这类模型的缺点也正在于它引入的自发塌缩机制，它的本质也是未经解释的随机事件，虽然它是被设计为取代哥本哈根解释中的观察者诱发塌缩，但是两者同样神秘。

---

1. Adapted from Hans C.von Baeyer,“Quantum Weirdness?It’s All in Your Mind”,Scientific America 308,no.6(2013):47.

后记

首先对克里斯，我要致以最深的谢意，是他让我知道了量子贝叶斯理论，在无形中激励着我写下这本书。在与马库斯·阿普尔比和大卫·梅尔明的谈话与通信中，我们就量子贝叶斯理论进行辩论，希望本书准确表达了他们的观点。对本书耐心做出评论的读者有：罗伊·尚皮翁（Roy Champion）、德克·杜森贝尔（Deke Dusinberre）、亚瑟·埃森克拉夫特（Arthur Eisenkraft）、唐·雷蒙斯（Don Lemons）、汤姆·布鲁威特（Tom Brewwitt）以及我的兄弟卡尔·冯·贝耶尔（Karl Von Baeyer）。如果没有妻子芭芭拉·威特金森（Barbara Watkinson）和女儿玛德琳·冯·贝耶尔（Madelynn Von Baeyer）的鼓励和支持，这本书也不可能完成。与二女儿莉莉·冯·贝耶尔画本书示意图的合作，总是很愉快。对所有这些人，我发自内心地表示感激。